

材料強度設計No.14

知能機械システム工学科

坂本東男

Sakamoto.haruo@kochi-tech.ac.jp

教員室A429、TEL:0887-57-2317

研究室A213、TEL:57-2243

No.14の講義内容-航空機の疲労設計

- 1 .航空機の疲労破壊状態
- 2 .航空機構造の疲労強度の基本事項
- 3 .安全寿命設計と寿命安全率
- 4 .フェイルセーフ設計
- 5 .損傷許容設計
 - 線形破壊力学の基礎事項 1)
 - 繰り返し荷重によるき裂の進展 2)
 - 残存寿命 3)

英国コメット機の疲労破壊

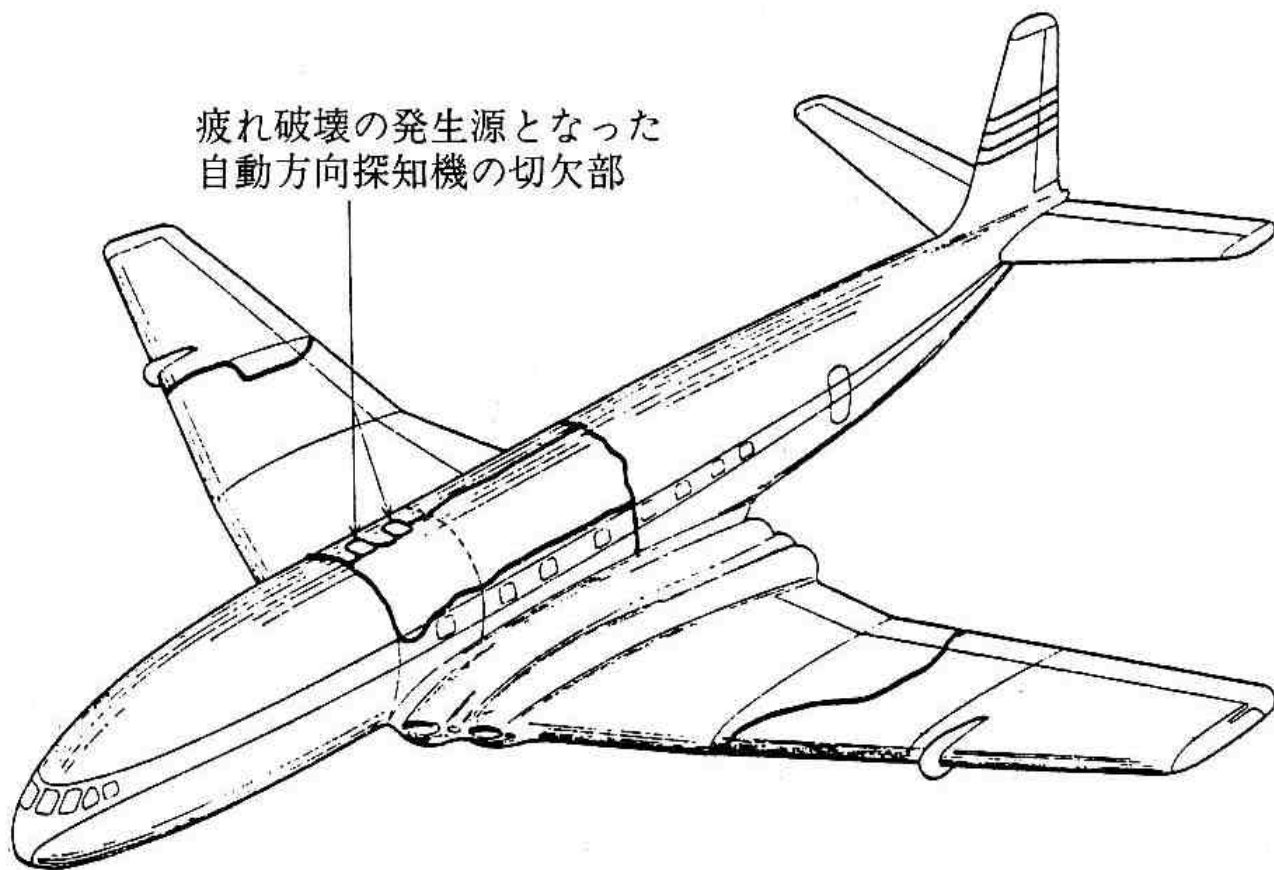


図 1 コメット胴体の疲労破壊の状態 (文献 22) より引用)

設計思想の流れ

- (i) 安全寿命設計 (safe life design) : 疲労破壊が生じないように十分安全にとって設計する方法.
- (ii) フェイルセーフ設計 (fail safe design) : 疲労亀裂などの部分的な破壊が生じても、その被害は限られた狭い部分にのみ止まり、構造全体の致命的な破壊にまで進まない前に、その個所を点検によって発見し、補強あるいは部品交換などの対策をとることを建前とする構造設計.
- (iii) 損傷許容設計 (damage tolerance design, 略語 DTD) : 製造段階で微小な損傷 (初期亀裂) が入り得ること、および運用中に受ける可能性のある損傷を前提として、運用中の繰り返し荷重に依る亀裂進展を含めてその残存強度を保証することを義務付けられた構造設計.

疲労強度(S-N曲線)

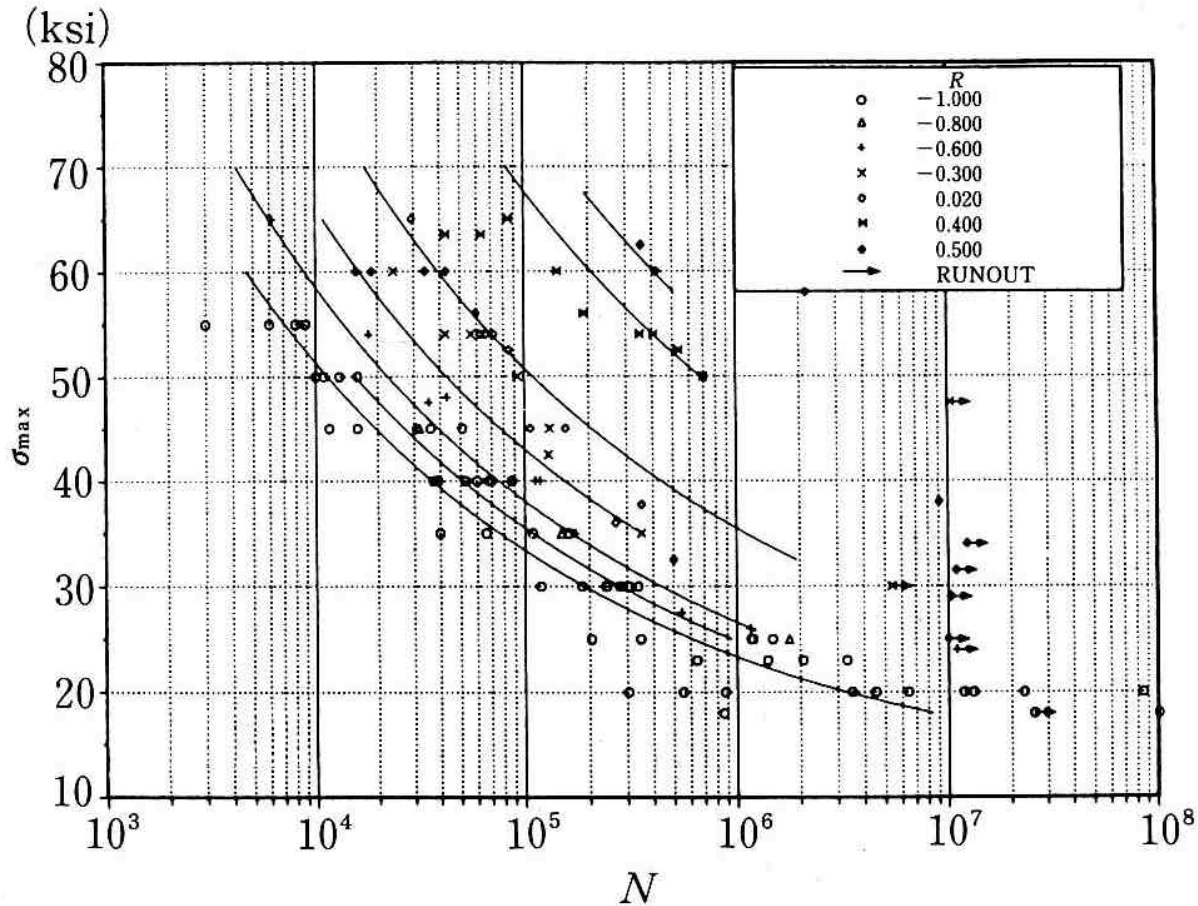


図 2 2024-T 3 Al 合金板の S-N 曲線 (応力集中係数 $k_t = 1.0$)

S-N線図の概略式

表 1 MIL-HDBK-5 F の S-N 曲線(疲労寿命略算式)

材 料	k_t	等価応力方程式	
2024-T3	1.0	$\log N_f = 11.1 - 3.97 \log(\sigma_{eq} - 15.8)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.56}$
	1.5	$\log N_f = 7.5 - 2.13 \log(\sigma_{eq} - 23.7)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.66}$
	2.0	$\log N_f = 9.2 - 3.33 \log(\sigma_{eq} - 12.3)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.68}$
	4.0	$\log N_f = 8.3 - 3.30 \log(\sigma_{eq} - 8.5)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.66}$
	5.0	$\log N_f = 8.9 - 3.73 \log(\sigma_{eq} - 3.9)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.56}$
7075-T6	1.0	$\log N_f = 14.86 - 5.80 \log \sigma_{eq}$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.49}$
	1.5	$\log N_f = 9.57 - 3.52 \log(\sigma_{eq} - 18.7)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.49}$
	2.0	$\log N_f = 7.50 - 2.46 \log(\sigma_{eq} - 18.6)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.54}$
	4.0	$\log N_f = 10.2 - 4.63 \log(\sigma_{eq} - 5.3)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.51}$
	5.0	$\log N_f = 7.51 - 2.92 \log(\sigma_{eq} - 6.7)$	$\sigma_{eq} = \sigma_{max} (1 - R)^{0.58}$

注) σ の単位は ksi, \log は \log_{10} , σ_{max} は各 k_t において k_t を掛けない前の値,

安全率と確率(1)

11.3.1 安全寿命と確率

構造の疲労寿命を予測するには、疲労試験の結果得られる寿命にはバラツキがあるので、確率的に論じなければならない。 n 個の試験片の破壊までの荷重の繰返し数(寿命)をそれぞれ $N_i (i=1, 2, \dots, n)$ とし、その対数を

$$X_i = \log_{10} N_i \quad (5)$$

と記す。 X_i についての統計量は

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (\text{標本平均}) \quad (6)$$

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad (\text{標本分散}) \quad (7.a)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}^2} \quad (\text{標本の標準偏差}) \quad (7.b)$$

と書かれる。実験の結果、 X_i の分布は一般に正規分布で表すのが妥当であることが見いだされている。 X_i の母集団の平均値を μ 、標準偏差 σ と記すと分布は

$$f(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (8)$$

と表される (図3参照)。

安全率と確率(2)

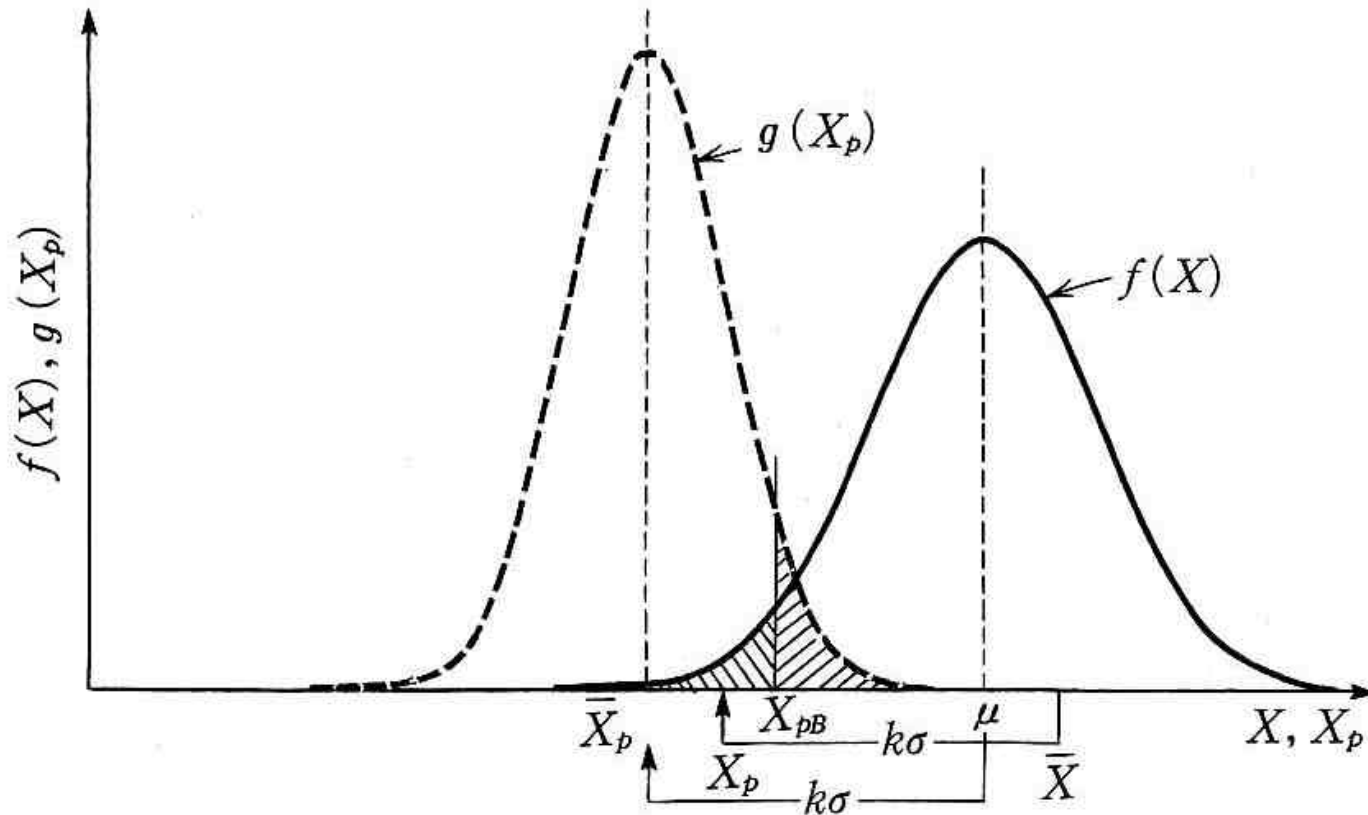


図 3 $f(X)$ 分布, $g(X_p)$ 分布とその相互関係

安全率と確率(3)

寿命が N_p 回以下である確率 p は

$$\int_{-\infty}^{X_p} f(X) dX = p \quad (9)$$

$$X_p = \log_{10} N_p \quad (10)$$

よって計算される。式(9)は

$$\frac{X - \mu}{\sigma} = t \quad (11)$$

なる変数変換をして、誤差関数の標準形

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-k_p} e^{-t^2/2} dt \quad (12)$$

にすることにより、数値的取扱いが容易になる。式(12)から求められる p と k_p との関係を表2(A)に示した。ここで X_p と k_p との関係は式(11)より

$$X_p = \mu - k_p \sigma \quad (13)$$

であるから、 p を与えてこの表より k_p を決めると、その回数以下で疲労破壊が起こる確率が p である寿命（繰返し数） N_p は

$$N_p = 10^{X_p} = 10^{(\mu - k_p \sigma)} \quad (14)$$

によって計算される。

安全率と確率(4)

p を十分小さくとったとき N_p を安全寿命といい, 破壊の確率 p をおさえて構造の安全寿命を表現することができる. 航空機構造の場合この確率 p をどの位の値に

表 2(A) k_p の値

p	1×10^{-2}	1×10^{-3}	1×10^{-4}	1×10^{-5}
k_p	2.33	3.09	3.72	4.26

表 2(B) k_β の値

$1 - \beta$	90%	95%	99%
k_β	1.28	1.65	2.33

安全率と確率(5)

とるべきかについては種々の提案があり、また時代とともに変わるものと考えられるが、国際民間航空機構(ICA0)では、民間輸送機構造に対して漸定基準として 10^{-5} を推奨している。しかしその他の機種や軍用機においては、 10^{-4} あるいは 10^{-3} 程度の値が用いられている。

σ の値については、2024, 7075などのAl合金材をリベット結合した船空機構造部材について、一定荷重振幅の疲労試験の結果を整理して、アメリカでは0.14、日本では0.154という値が報告されている²²⁾。

ファイルセーフ設計の例

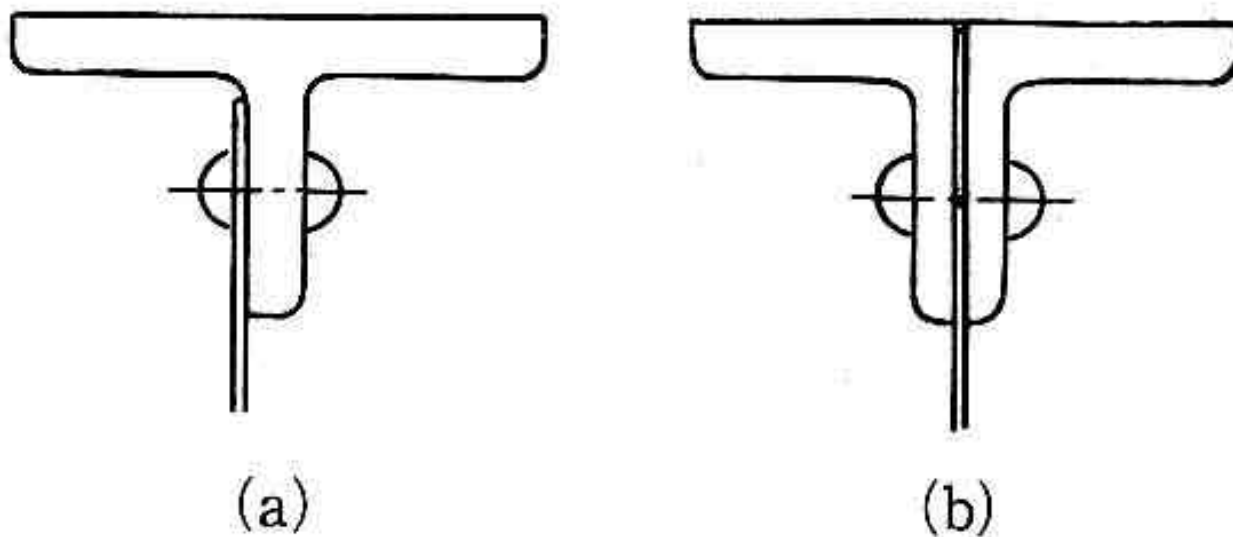


図 4 桁フランジの分割

損傷許容設計(1)

a. 応力拡大係数

代表例として、図5 (a) に示すように一方向に一様引張 (引張応力 σ) を受ける無限板に引張方向に直角に長さ $2a$ の亀裂があるとき、亀裂先端を (r, θ) 座標原点として、この特異点近くの解 σ_y は

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (29)$$

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (30)$$

と求められている。求め方は、例えば文献1) p. 92 と p. 105 の演習問題 5.7 を参照されたい。 σ_y は $r \rightarrow 0$ で ∞ となるが K_I は σ と \sqrt{a} に依在する変数である。 K_I をこの型の応力場および亀裂の応力拡大係数 (stress intensity factor) という。

損傷許容設計(2)

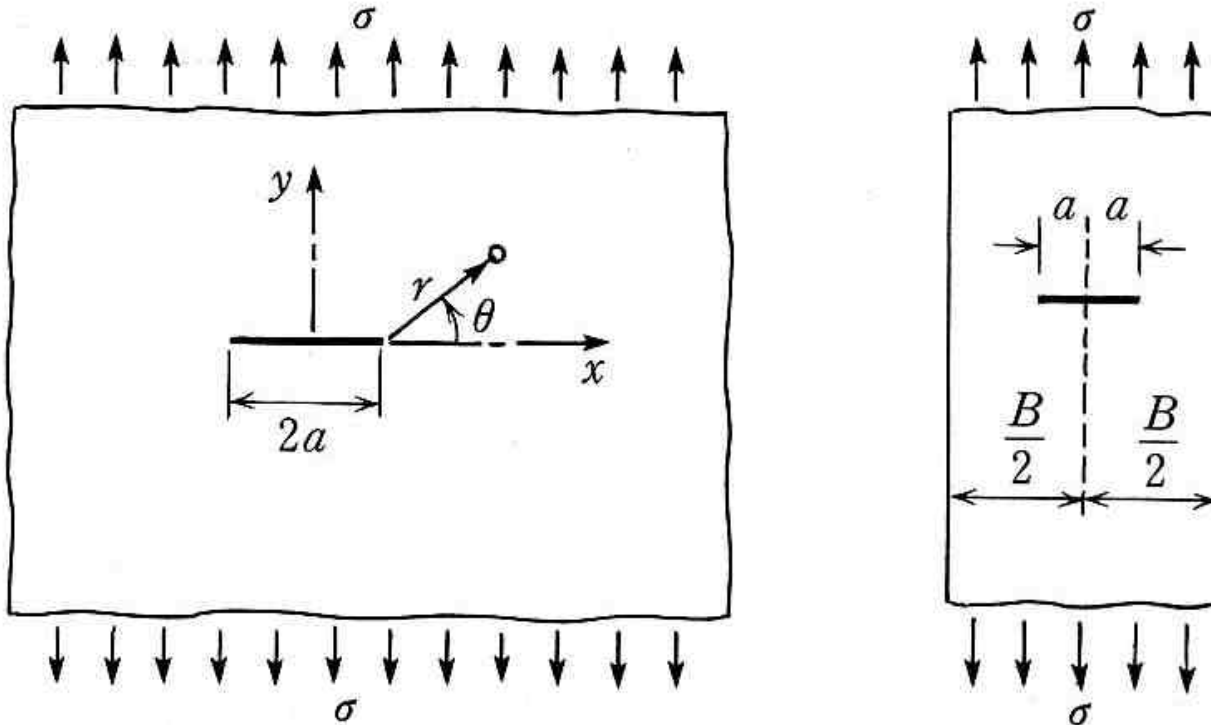
金具の表面から半径 a の半円形のクラックが入るような場合など(表 4 の図参照), 図 5 (a) 以外の場合は

$$K_I = \beta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (31)$$

のように表わされる. 一般に $\beta \geq 1$ で, いろいろな形状についての β の値は文献 50) を参照されたい. 例えば試験片で使われる図 5 (b) のような幅 B の帯板の中央に長さ $2a$ のクラックがある場合, 次の近似式がよく使われる

$$\beta = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi\lambda}{2}\right)}, \quad \lambda = \frac{2a}{B} \quad (32)$$

損傷許容設計(3)



(a) 無限板

(b) 帯板

図 5 亀裂に垂直な引張力

損傷許容設計(4)-破壊靱性値

表 3 各種材料の K_{Ic} と K_c (平面応力) 値 (単位 : ksi- $\sqrt{\text{in}}$)
(MIL HDBK-5F より)

(A)	K_{Ic}	(B)	薄板平面応力の K_c
2024-T351 (板)	31 (110)	2024-T3	130 (460)
7075-T7351 (板)	30 (106)	7075-T6	72 (255)
Ti-6Al-4V	35 (124)		
Steel 4340	53 (188)		

注) 括弧内は $\text{kgf}/(\sqrt{\text{mm}})^3$ 単位の値

損傷許容設計(5)

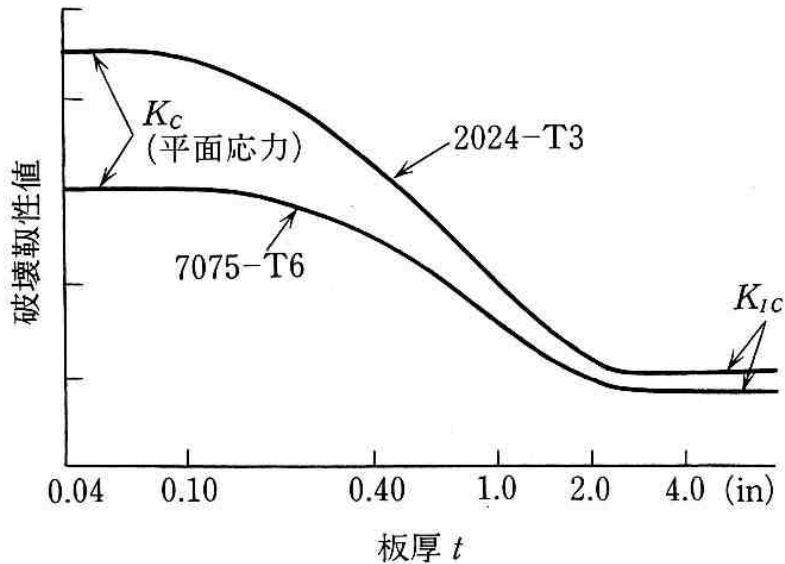


図 6 破壊靱性値の板厚による変化の傾向

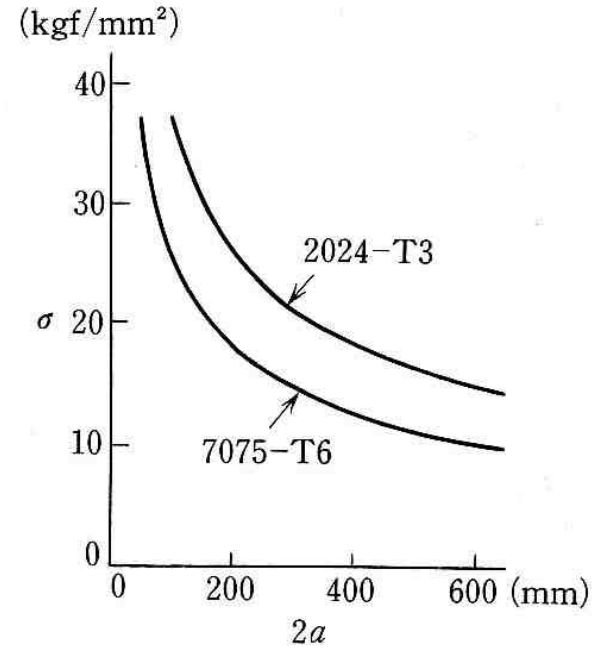


図 7 亀裂が急速に進展する応力 σ ~ 亀裂長さ $2a$ との関係

損傷許容設計(6)

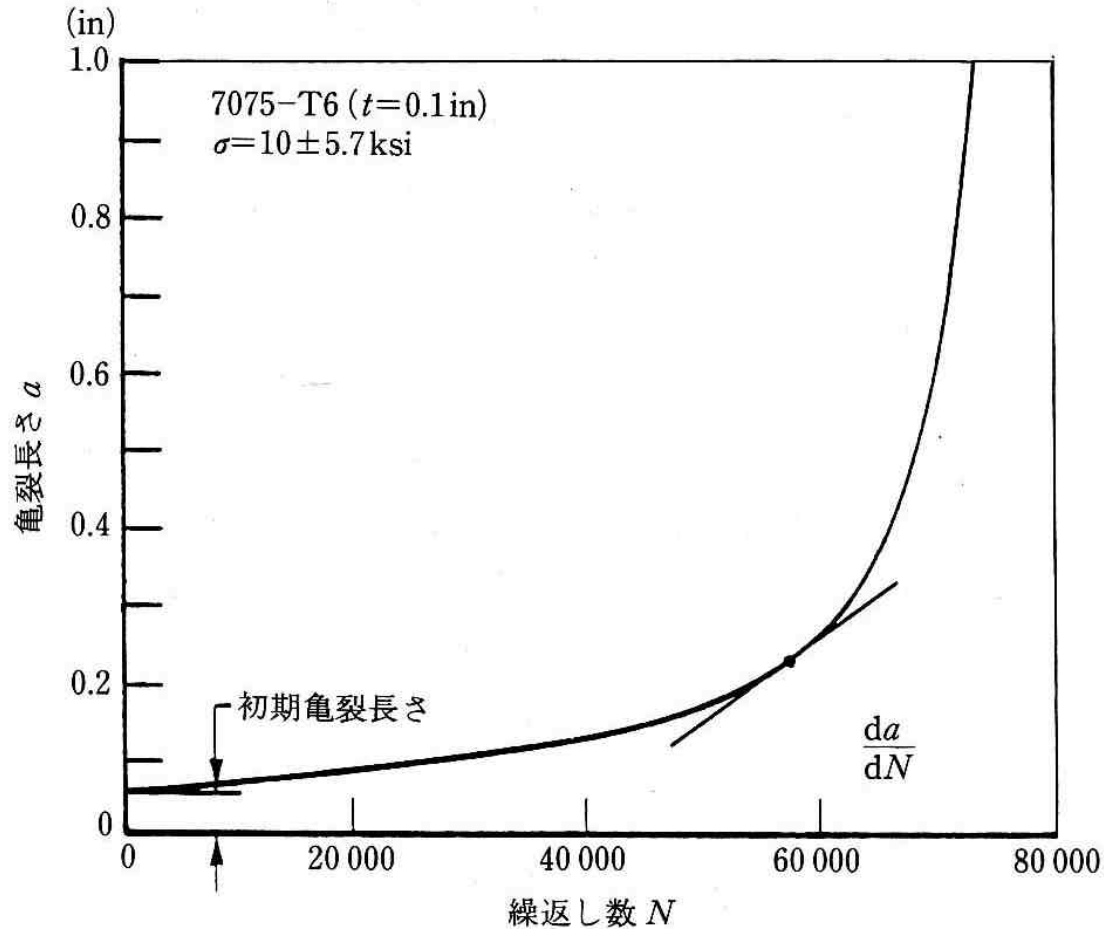


図 8 繰返し荷重下での亀裂長さ進展の例

損傷許容設計(7)

11.5.3 繰返し荷重による亀裂の進展

上記は σ が静的に作用した場合に a が $a_{cr} = (K_c/\beta\sigma)^2/\pi$ より長い場合に亀裂が瞬間的に進展することを意味しているが、一定振幅正弦波の繰返し荷重が加わった場合、 $a < a_{cr}$ の領域でも、亀裂長さ $2a$ は繰返し数の増加に伴い長くなっていくことが測定されている。図8は、図5(b)の形状で板厚0.1inの7075-T6の試験片について 10 ± 5.7 ksiの繰返し荷重を作用させた場合の例である。そこで a と σ_{min} および σ_{max} から式(31)によりそれぞれ $K_{I_{max}}$ と $K_{I_{min}}$ を求め、その差を

$$K_{I_{max}} - K_{I_{min}} = \Delta K \longrightarrow \Delta K = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) \beta \sqrt{\pi a} \quad (33)$$

と記し、正弦波繰返し荷重下での亀裂進展率 da/dN は ΔK と応力比 R の値に依存すると考え、各 R について da/dN と ΔK の関係を測定すると、図9に示すような結果が得られる。

この $\log_{10}(da/dN) \sim \log_{10}\Delta K$ の図から導かれる実験曲線についてParisは中間の部分はほぼ直線と見なすことができるとして

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (34)$$

損傷許容設計(8)

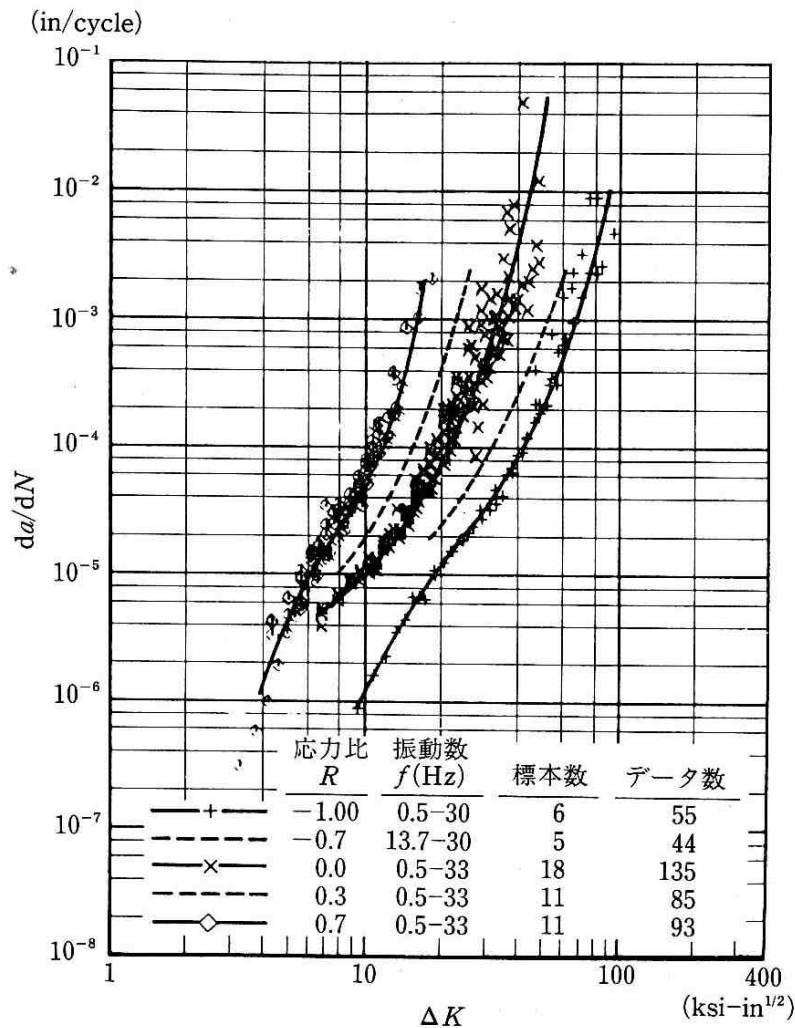


図 9 7075-T6 (板厚 0.090 in) の疲労亀裂進展率 $da/dN \sim$ 応力拡大係数差 ΔK

例題 2-1

(例題) $2a_0=0.25\text{in}$ の初期亀裂を持つ板厚 2.3mm の 7075-T6 の無限板に $\sigma_{\max}=20\text{ksi}$, $\sigma_{\min}=0$ の繰返し荷重が作用する場合の, 破壊に至る繰返し荷重回数を図 9 の実験曲線を用いて求めよ. また, $N=4\times 10^3$ 回後の亀裂の長さはいくらになっているか. なお, $K_c=72\text{ksi}\sqrt{\text{in}}$ とする

(解答) 図 9 の $R=0$ の場合の実験曲線を $A(\Delta K=6, da/dN=4\times 10^{-6})$, $B(\Delta K=13, da/dN=2\times 10^{-5})$, $C(\Delta K=34, da/dN=1\times 10^{-3})$, $D(\Delta K=52, da/dN=6\times 10^{-2})$ の 4 つの点を結ぶ折線として近似する. 式 (34) は

$$\log_{10}(da/dN) = \log_{10}C + n \log_{10}\Delta K \quad (35)$$

の形で用いられる. 直線 AB については (以下 \log_{10} は \log と記す)

$$\left. \begin{array}{l} \log(4\times 10^{-6}) = \log C_1 + n_1 \log 6 \\ \log(2\times 10^{-5}) = \log C_1 + n_1 \log 13 \end{array} \right\} \longrightarrow n_1 = 2.082, \quad C_1 = 0.9592 \times 10^{-7}$$

が導かれる. 同様にして

例題 2-2

直線 BC ; $n_2=4.068$, $C_2=5.884 \times 10^{-10}$

直線 CD ; $n_3=9.638$, $C_3=1.734 \times 10^{-18}$

式 (34) に式 (33) を代入して ($\beta=1$ である)

$$dN = \frac{1}{C(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^n \pi^{n/2}} \frac{da}{a^{n/2}} \quad (36)$$

が導かれるから, これを a_0 から a まで積分して

$$N = \frac{1}{C\pi^{n/2}(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^n (n/2 - 1)} \left[\frac{1}{a_0^{n/2-1}} - \frac{1}{a^{n/2-1}} \right] \quad (37)$$

を得る. さらに式 (37) を変形して次の形で a を表すことができる

$$a = \frac{a_0}{\left[1 - NC\pi^{n/2}(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^n (n/2 - 1) a_0^{n/2-1} \right]^{\frac{1}{n/2-1}}} \quad (38)$$

例題 2-3

次に、 $a_0=0.25/2=0.125$ in だから最初の ΔK は

$$(\Delta K)_0 = 20\sqrt{0.125\pi} = 12.5$$

$\Delta K=34$ および 52 における a の値は

$$a_c = (34/20)^2/\pi = 0.920 \text{ in}, \quad a_D = (52/20)^2/\pi = 2.152 \text{ in}$$

また、 $\sigma_{\max}=20$ ksi の静的作用による破壊の限界亀裂長さは

$$a_{\text{cr}} = (72/20)^2/\pi = 4.13 \text{ in}$$

$(\Delta K)_0=12.5$ は 13 と大差ないので BC 線を用いることにすると、式 (37) を用いて

$$N_1 = \frac{10^{10}}{5.884 \times \pi^{2.034} \times 20^{4.068} \times 1.034} \left[\frac{1}{0.125^{1.034}} - \frac{1}{0.920^{1.034}} \right] = 6.120 \times 10^3$$

次に CD 直線を D 点をこえて用いることにすると、

$$N_2 = \frac{10^{18}}{1.734 \times \pi^{4.819} \times 20^{9.638} \times 3.819} \left[\frac{1}{0.920^{3.819}} - \frac{1}{4.13^{3.819}} \right] = 0.240 \times 10^3$$

例題 2-5

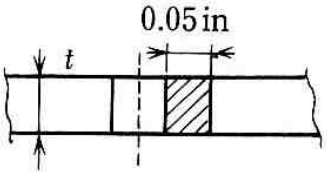
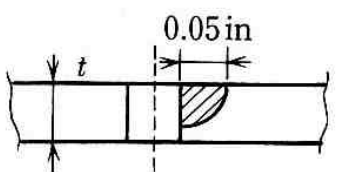
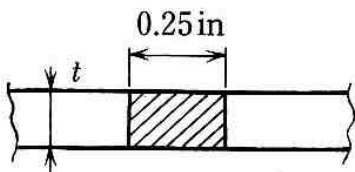
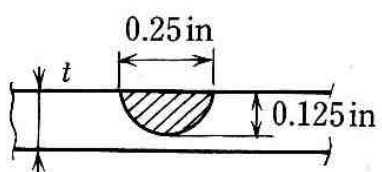
よってに $N=N_1+N_2=6.36\times 10^3$ となる

一方, $N=4\times 10^3$ 回での亀裂長さは, 式(38)を用いて

$$\begin{aligned} 2 \times a &= \frac{2 \times 0.125}{[1 - 4 \times 10^3 \times 5.884 \times 10^{-10} \times \pi^{2.034} \times 20^{4.068} \times 1.034 \times 0.125^{1.034}]^{0.967}} \\ &= 0.566 \text{ in} \end{aligned}$$

損傷許容設計(9)

表 4 評定部の初期亀裂の大きさや形について米空軍の規定

(A) 孔および切欠部		(B) 一般部	
$t \leq 0.05 \text{ in}$	$0.05 \text{ in} < t$	$t \leq 0.125 \text{ in}$	$0.125 \text{ in} < t$
長さ 0.05 in の貫通傷	半径 0.05 in のコーナ傷	長さ 0.25 in の貫通傷	半径 0.125 in の円形表面傷
			

損傷許容設計(10)

11.5.4 残存強度 (residual strength)

米空軍の規定では評定部について表4に示すような初期欠陥を考慮すべきことが決められている。飛行回数と繰返し荷重パターンの関係と初期亀裂の長さが与えられると、図9の $dN/da \sim \Delta K$ の関係を用いて飛行回数と亀裂長さの関係が図10のように求められる。

図に示されている限界亀裂長さ (critical crack length) a_{cr} は、設計フェイルセーフ荷重に耐え得るよう要求される残存強度要求値 $(\sigma_{re})_{cr}$ (または design fail-safe strength という) と材料の破壊靱性値 K_c とから式 (31) により計算される値

$$a_{cr} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{K_c}{\beta (\sigma_{re})_{cr}} \right]^2 \quad (39)$$

である。設計終極強度 (design ultimate strength) は、亀裂検出限界長さ a^* と材料の破壊靱性値 K_c とから計算される $\sigma^* = K_c / (\beta \sqrt{\pi a^*})$ と材料の F_{tu} のうち低い方の値である。したがって亀裂長さが a^* と $a^{**} = [K_c / (\beta F_{tu})]^2 / \pi$ のうち長い方の値よりも長くなると、残存強度は

$$\sigma_{re} = \frac{K_c}{\beta \sqrt{\pi a}} \quad (40)$$

損傷許容設計(11)

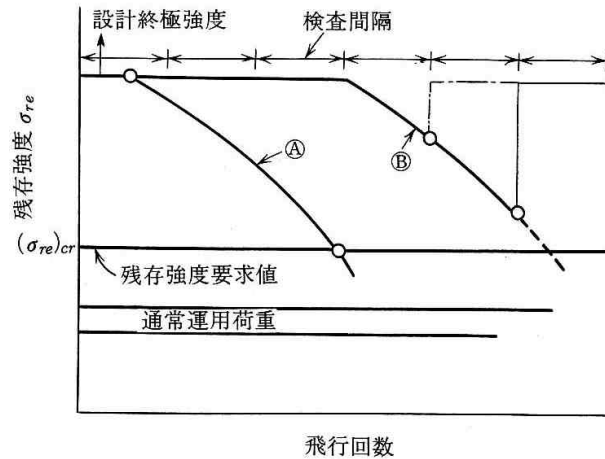
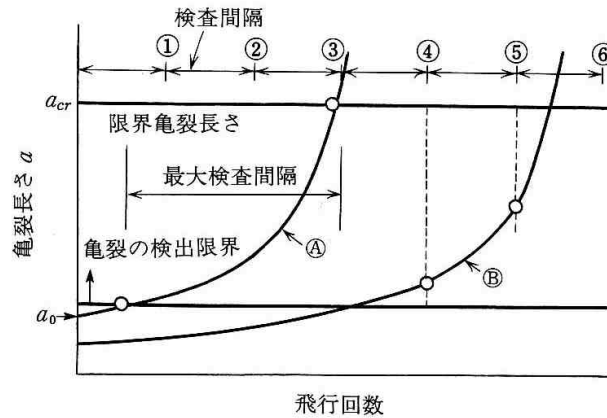


図 10 亀裂長さ a および残存強度 σ_{re} ~ 飛行回数