

平成 21 年度
修士学位論文

メタ認知能力の向上を指向した
高校数学の二次関数における作問学習支援
システム

Problem Posing Learning Support System for
Improving Metacognitive Ability in Quadratic
Function

1125098 藤原 健太郎

指導教員 妻鳥 貴彦

2010 年 3 月 1 日

高知工科大学大学院 工学研究科 基盤工学専攻
情報システム工学コース

要 旨

メタ認知能力の向上を指向した 高校数学の二次関数における作問学習支援システム

藤原 健太郎

問題の解決を行う学習では、問題解決に必要な知識を有していたとしても、問題解決を行うことができない学習者が存在する。学習者の問題解決力を向上させるためには、学習者が自身の活動を意識的に観察し、判断・制御できる能力であるメタ認知能力の向上が有効だと考える。メタ認知能力を向上させるために、問題解決学習において、一般的な問題解決方略を基にヒントを生成・提示する支援が行われている。また、メタ認知能力を向上させる方法として、学習者が自身の知識を活用して問題を作成する作問学習がある。作問学習を通して学習者は自身の考えを外化でき、メタ認知を活性化できるとも知られている。

本研究では、作問学習の過程において、学習者が作問に詰まった場合や解答が間違っていた場合に、適切な問題解決方略を提示する支援を行うことで、メタ認知能力を向上させることを目的とする。このような支援を行うために、作問学習の学習活動を調査し、その結果を作問学習モデルとして体系化する。次に、作問学習と問題解決方略に密接な関係があると考え、作問学習モデルと問題解決方略を比較することで関係を明らかにする。比較結果から、高校数学の二次関数を対象とした作問学習において、問題解決方略を基に学習者の状況に応じて適切なヒントを生成・提示する支援システムを試作する。最後に、提案した作問学習モデルの評価を高等学校の数学教員 3 名に行い、作問学習の学習活動として適切なモデルが作成できていたことを確認した。

キーワード　メタ認知，作問学習，問題解決方略，メタ認知活性化

Abstract

Problem Posing Learning Support System for Improving Metacognitive Ability in Quadratic Function

Kentaro FUJIWARA

In Problem-Solving learning, not all students can solve problems, even if they know formulas and solution methods. Such students cannot utilize their known formulas and solution methods. It is important to improve students' metacognitive ability which is skill to utilize these formulas and methods. For improving metacognitive ability, it is necessary for students to solve problems with being conscious of metacognition. However, it is difficult for students to be conscious of metacognitive. For this reason, students need to be advised appropriate hints according to learning activities. Moreover, learning by problem posing is well recognized as an important way to learn arithmetic or mathematics. Problem posing is a promising method to promote students to deeply comprehend their own problem-solving, solution methods or the problem itself.

In this study, as way of improving students' metacognitive ability, we regard that it is important to advise the strategy of problem solving based on appropriate hints according to learning activities in problem posing learning. We investigate learning activities of problem posing learning. Moreover, we make model of problem posing learning by systematizing result of the investigation. Next, we developed prototype problem posing learning support system in quadratic function. We evaluated whether the model was suitable. As a result, we confirmed that the model is suitable as learning activities of problem posing learning.

key words Metacognition, Problem Posing Learning, The strategy of problem solving, Activation of Metacognition

目次

第 1 章	はじめに	1
第 2 章	研究の背景	3
2.1	問題解決	3
2.1.1	数学的問題解決	3
2.2	問題点	4
2.3	先行研究	5
第 3 章	問題解決とメタ認知能力	7
3.1	領域固有の知識	7
3.2	問題解決方略	7
3.2.1	一般的な問題解決方略	8
3.2.2	領域固有の問題解決方略	11
3.3	メタ認知	12
3.4	メタ認知能力の向上	13
3.5	作問学習	15
3.5.1	作問学習の利点	18
3.5.2	作問学習の問題点	19
3.6	研究の目的	20
第 4 章	高校数学二次関数における作問学習モデルの提案	21
4.1	作問学習モデル	21
4.1.1	作問学習における学習活動の調査	21
4.1.2	作問学習の体系化	23
4.2	作問学習モデルと問題解決方略	28

目次

4.3	メタ認知能力の向上を促す支援	30
第 5 章	メタ認知能力の向上を指向した作問学習支援システム	33
5.1	システムの概要	33
5.2	対象とする領域	35
5.3	支援機能	36
5.3.1	一般的な方略を基にしたヒントの提示	36
5.3.2	作業ログの提示	38
5.3.3	他の作問問題への誘導	40
5.3.4	適応的なインタフェース	41
第 6 章	評価	44
6.1	評価の目的と概要	44
6.2	アンケートと結果	45
6.3	考察	47
第 7 章	おわりに	49
	謝辞	51
	参考文献	52
付録 A	調査に用いた問題文	53
付録 B	調査の聞き取り調査の結果の例	54

目次

3.1	メタ認知の概念図	13
3.2	作問学習の実践例：異なる 3 点から二次関数を求める問題を作りなさい . . .	16
4.1	作問学習モデルの各段階の関係	24
4.2	作問学習モデルとポリアの問題解決の関係	25
4.3	作問学習モデルの具体例	28
5.1	システムの画面の説明	34
5.2	数式の入力画面	35
5.3	システムの概念図	35
5.4	一般的な方略の提示画面	37
5.5	補助的な方略の提示画面	38
5.6	領域固有の方略の提示画面	39
5.7	問題の解き方の提示画面	39
5.8	作業ログ画面	40
5.9	作問問題の推薦画面	41
5.10	適応的なインタフェース画面	43

表目次

3.1 一般的な方略	9
3.1 一般的な方略	10
3.1 一般的な方略	11
4.1 作問学習モデル	25
4.1 作問学習モデル	26
4.1 作問学習モデル	27
4.2 作問学習モデルと一般的な方略	29
4.2 作問学習モデルと一般的な方略	30
B.1 作問学習モデルと問題解決方略	54
B.1 作問学習モデルと問題解決方略	55
B.1 作問学習モデルと問題解決方略	56
B.1 作問学習モデルと問題解決方略	57
B.1 作問学習モデルと問題解決方略	58

第 1 章

はじめに

問題を解決するためには、定理や公式といった領域固有の知識と問題解決に役立つ考え方である問題解決方略、これらを状況に応じて適切に活用できるメタ認知能力が必要である。学習者が問題の解決を行う学習では、問題解決に必要な知識や方略を有していたとしても、問題解決を行うことができない学習者が存在する。これは学習者が問題に対して、問題解決に必要な知識や方略をどのように適用したら良いか分からず、問題解決に詰まった状態になっている場合が多い。学習者の問題解決力を向上させるためには、自分自身の活動を意識的に観察し、判断・制御できる能力であるメタ認知能力の向上が有効である。メタ認知能力を向上させる方法として、学習者が問題解決を通してメタ認知を意識し、知識や方略を観察・制御する経験を積む方法がある。しかしながら、目に見えない「認知」の観察・制御を行うメタ認知を、学習者が意識することは困難である。このため、学習者のメタ認知能力を向上させるためには、教員から状況に応じて適切な支援を繰り返し行うことや、メタ認知活性化支援が必要である。メタ認知能力を向上させる方法として、作問学習がある。作問学習では、学習者は様々な問題を作ることや、様々な方法で問題を作る経験を通して、どのような問題でも有効な知識や方略を見つけることができる。作問した問題は、学習者の考えた問題が成立する条件を書き出したこととなり、知識の外化として捉えることができ、作問学習はメタ認知活性化支援の方法と言える。

本研究では、学習者の問題解決におけるメタ認知能力の向上を目的として、一般的な方略の取得方法とメタ認知活性化方法としての作問学習、作問学習とメタ認知・一般的な方略との関係に着目し、作問学習において一般的な方略を基にヒントの生成・提示を行う支援を提案する。このような支援を行うために、作問学習における学習者の学習活動を調査し、その

結果を体系化した，作問学習のモデルを作成・提案する．また，作問学習モデルと一般的な方略との比較を行い，作問学習の活動と一般的な方略の関係を明らかにする．さらに，学習者の学習過程に該当するモデルの項目に関係のある方略を用いて，ヒントを生成・提示する作問学習支援システムを試作する．

第 2 章

研究の背景

2.1 問題解決

問題解決とは，目的や目標がわかっているにもかかわらず，それに到達するための手段や方法のわからない問題場面・課題場面において，そこに含まれるいろいろの条件を考え出し，その条件間の関係を整理し関係づけることによって，1 つの解決方法を見つけ出す働きである [1]．問題解決のためには，定理や公式といった領域固有の知識と，問題を解決するために役立つ考え方といった問題解決方略，これらを状況に応じて適切に活用できるメタ認知能力が必要である．

2.1.1 数学的問題解決

数学教育では，多くの公式や定理，解法といった数学の領域固有の知識を身に付け，型通りの問題を解決できるようになることが目的ではない．数学教育の目的は，これらの知識を身に付けた上で，様々な問題を解決するために，既知の知識を活用する能力や態度を育成することである．数学教育の目標として，中学校，高等学校の新しい学習指導要領の算数・数学における目標を下記に記す [2][3]．

- 数学的活動を通して，数量や図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め，数学的な表現や処理の仕方を習得し，事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに，数学的活動の楽しさや数学のよさを実感し，それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる．

2.2 問題点

新しい中学校学習指導要領（平成 21 年 10 月 3 日更新，平成 24 年 4 月 1 日から全面实施）

- 数学的活動を通して，数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め，事象を数学的に考察し表現する能力を高め，創造性の基礎を培うとともに，数学のよさを認識し，それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる．

新しい高等学校学習指導要領（平成 21 年 12 月 1 日更新，平成 25 年 4 月 1 日の入学生から年次進行により段階的に適用）

上記の中で、「数学的な表現や処理の仕方，事象を数理的に考察し表現する能力を活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる」や「数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解，事象を数学的に考察し表現する能力，創造性の基礎を積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる」ことが示されており，学習者自身が問題を試行錯誤しながら考察・判断することで問題解決を行うことが期待されている．問題解決を繰り返すことで，身に付けた知識や考察し表現する能力を身に付けることや，その知識や能力を活用し考える・判断する能力を育てることが目的とされている．したがって，数学教育の目標は，学習者が身に付けた知識や能力を活用し，問題を解決することのできる問題解決力を向上させることである．このため，教員は学習者に定理や公式，解法などの領域固有の知識を指導する．その後，レポートや問題集などを用いて，指導した領域に応じた問題解決を行うように誘導する機会が多くなっている．学習者が問題解決を行う場面として，各単元の最後に設定してある問題演習や，一定の解法や定理の指導が終わった後に，小さな問題演習が行われることが多い．

2.2 問題点

学習者が問題の解決を行う学習では，問題解決に必要な知識や方略を知っていたとしても，問題の解決を行うことができていない学習者が存在する．このような学習者は，問題解決に必要な知識や方略を問題に対して，どのように適用したら良いか分からず，問題解決に

2.3 先行研究

詰まった状態になっている場合が多い。問題解決に詰まる原因として、知識や方略を活用する力であるメタ認知能力が不足していることが挙げられる。学習者の問題解決力を向上させるためには、問題や場面に応じて問題解決に必要な知識を、適切に用いることができる能力であるメタ認知能力を向上させることが重要である。メタ認知能力を向上させるためには、問題解決を通してメタ認知を意識し、観察・制御する経験を積むことが必要である。これにより、一般的な方略の習得を取得し、方略や知識を様々な状況に応じてどのように活用すればよいか学ぶことができる。

2.3 先行研究

問題解決におけるメタ認知能力の向上を指向した研究として、“メタ認知能力の向上を指向した高校数学における問題解決方略の体系化”[4]では、数学における問題解決モデルの提案と問題解決方略の体系化が行われている。また、高等学校数学の二次関数を対象として、一般的な問題解決方略を基に、学習過程において適切な問題解決方略を提示する試作システムが作られている。これにより、一般的な問題解決方略の重要性への気づきを促し、メタ認知能力の向上を支援している。メタ認知能力を向上させるためには、学習者にメタ認知的な知識である一般的な問題解決方略の重要性を意識させ、このような方略を習得させることが重要だと考えられる。

また、メタ認知能力を向上させるための方法の1つとして、作問学習が挙げられている。作問学習支援の研究として、“高校数学の二次関数を対象とした作問学習支援システムの構築”[5]がある。この研究では、作問学習を自主学習として実施することが困難であるという点を解消するために、学習者が作成した問題の成立・不成立の判断及び、問題に対する学習者の解答の正誤判断を行うシステムが構築されている。また、二次関数の各問題に対する作問学習の支援として、グラフの表示、計算過程の表示、表の表示を問題に応じて行うことで、作問学習を円滑に実施できるような支援が行われている。この研究では、作問学習の実施における問題点に着目しており、作問学習とメタ認知能力にどのような関係があるか、問

2.3 先行研究

題解決方略との関係があるかに関しては考慮されていない。

本研究では、メタ認知能力を向上させるために、一般的な問題解決方略の習得とメタ認知能力の向上を促す方法の1つである作問学習に着目する。メタ認知能力を向上させるための支援として、作問学習の過程において適切な問題解決方略を提示することで、学習者が一般的な問題解決方略をより効果的に習得できるようにする。このような支援を行うために、作問学習における学習活動を体系化し、作問学習モデルを作成する。また、作成した作問学習モデルと一般的な問題解決方略を比較することで、作問学習の活動と一般的な問題解決方略との関係を明らかにする。

第 3 章

問題解決とメタ認知能力

3.1 領域固有の知識

ある領域の問題解決を行う場合，その領域固有の知識を身に付けている必要がある．例えば，数学の二次関数の問題を解決する場合には，二次関数の公式や定理，平方完成や展開などの知識を学んでいる必要がある．領域固有の知識は，二次関数の公式といった事実に関する知識である宣言的知識と，平方完成や展開といった方法も関する知識である手続き的知識に分類される．学習者が問題を解決するためには，このような領域固有の知識を多く持っている方が一般的には有利である．このような知識を学習する知識をグループ分けして階層的關係に組織立てることで精緻化や，学習する知識をグループ分けして階層的關係に組織立てることで体制化しておくことにより，学習者は問題を解決するための様々な方向性を持つことができる．これにより，学習者は 1 つの手段や方法で問題を解決できない場合でも，他の方向から問題を考察・判断することで，問題解決を行うことができるようになる．

3.2 問題解決方略

問題解決方略は，対象領域に依存しない一般的な問題解決方略（一般的な方略）と，対象領域固有の問題解決方略（領域固有の方略）がある．

3.2 問題解決方略

3.2.1 一般的な問題解決方略

一般的な方略として、ポリアが提唱した問題解決方略がある。ポリアは問題解決の過程を4つに区分し、問題解決方略を分類している [6]。

- 問題を理解すること

問題を解くためには、まず問題を十分に理解していなければならない。問題を十分に理解しないまま解答に着手して行き詰った場合は、もう一度問題を読み直してみる必要がある。

- 計画を立てること

問題を理解できたならば、次に計画を立てなければならない。計画を立てずに見通しも無いまま解答に着手した場合は途中で行き詰ることが多い。問題の複雑さが上がるに従い、計画を立てることの重要性が増す。

- 計画を実行すること

計画が立案できたならば、実行してみることが重要である。実際に実行してみると、計画の不備な部分を発見できることもある。また、計画を実行する場合、適当な段階で検討を加えながら実行する事が大切である。

- 振り返ってみること

問題を解き終わった後で、振り返りという作業が重要である。問題を解き終わったという事で満足してしまい、振り返りが疎かになりがちであるが、解答の途中で小さなミスを行っている可能性もある。また、今回の問題で使った方法や結論が他の問題に利用できるということもしばしば起きる。従って、記憶の鮮明なうちに他の問題への応用の可能性を探っておくことが大事である。また、時には、解答が別のもっと簡単な解き方を暗示していることもある。現在の少しの手間が、将来の大きな負担の軽減に繋がるので、振り返りは重要である。

また、高校数学における一般的な方略として、川島らはポリアの方略を高校数学に適応させた問題解決方略を体系化している [4]。ポリアが提唱している問題解決方略は、問題を解

3.2 問題解決方略

決するための典型的な思考作用であり，教員から学習者への問いかけや指示の形で表現されている．学習者は，問題解決の段階を常に意識することで，問題に詰まった時でもどの段階に原因があり，次にどのような方略を適用すべきか分かる．また，ポリアの方略は，一般的・常識的なものであり，この方略を意識させることで，領域に左右されず問題の解決を助け，問題を解決する能力を向上させることができる．

ある程度数学の問題に慣れた学習者であれば，これらの方略の中の適当なものを教師がヒントとして示すことで，行き詰っていた局面を開けることができる．しかしながら，一般的な方略を暗記して，その方略に従ったり問いに答えていけば，どのような問題でも解けるようになるわけではない．数学の問題を解き慣れていない大部分の学習者には，一般的な方略だけでは不十分であり，より具体的な領域固有の方略が必要である．このため，問題に直面したときに，どのような状況において，どの方略を選択し，どのように利用すべきか判断する力であるメタ認知能力を向上させることが重要である．

本研究では，一般的な方略として川島らが提唱している方略を改良し用いる．川島らの方略では，ポリアが提唱している問題を変形させるための，3つの方略を1つにまとめるなどの変更が行われている．本研究で用いる一般的な方略として，川島らの一般的な方略を基に，問題の変形に関する方略をポリアの3つの方略に再度分割するなどの変更を加える．本研究で用いる一般的な方略を下記に示す．

表 3.1: 一般的な方略

番号	方略
問題を理解すること	
1	問題の理解に努める（重要な部分をマーク・書き出す，全貌を捕らえる）
2	未求めるもの（答え）は何で，与えられた条件は何か（問題文の分析と再構成）
3	図（，グラフ，表，…）をかいて全体を見通す（問題を自分のものとする．見通しを持つと，頭が良く働く．解答を進めるときにも役に立つことが多い）
4	記号や文字を利用する（分かりやすく，お決まりの記号を用いて書き出す）
5	条件の各部を分離し，書き表せ（後で必要になると思われる細かい部分をあらかじめ考えておく）
6	条件は十分か（大体の解答を推測する．条件は未知のものを定めるのに十分かどうか）
計画を立てること	

3.2 問題解決方略

表 3.1: 一般的な方略

番号	方略
7	求めるもの（答え）と、与えられた条件の関係を発見せよ（問題や部分を様々な角度から検討し、関係を見つける）
8	役に立つ公式や定理を思い出せ（同じ問題を解いたことがあれば、その解法や解答を容易に利用することができる）
9	似た問題を思い出せ（主要部分が似た問題、条件を満たすことができる定理）
10	未知のものに注目せよ（関係のある問題は多いため、絞り込む必要がある．未知のものに注目して、問題を思い出す）
11	関係のある問題の解法や解答を利用できないか
12	前に使った方法が直接使えないとき、補助的な工夫を加えることで使えるようにならないか（補助線などを用いて、関係のある問題や公式を利用できるようにする）
13	求めるもの（答え）の形を考え、それを具体的に（例えば式に）できないか
14	与えられた条件や式を、解答で使い易いように変形できないか
15	定義に帰ることで、手掛かりが得られることが有る（問題に対する知識が増え、新しい捕らえ方ができる可能性がある）
16	データを全て使ったか（条件の使い忘れはないか）
関係がすぐに分からなければ、補助問題を考えなければならない	
17	問題を一般化せよ（具体的な問題を一般的な問題へ変化させることで、知識との関連を取りやすくする）
18	問題を特殊化せよ（一般的な問題を具体的な問題へ変化させることで、解決へのヒントを得ることができる）
19	類推的な問題へ変形せよ（同じような事柄はある点で一致、問題に対して条件やデータを追加）
20	未知のものを残し、他を変化させる（未知のものに注目し、未知のものを定めるのに適当なデータを検討）
21	データを残し、他を変化させる（問題の一部を解く、新しい未知のものは、問題を解くために役に立ち、容易に求められるもの）
22	未知のものとデータ両方を変化させる（問題に近い形から解けない場合、思い切って違う形の問題へ変える）
23	求める結果が得られたと仮定して、逆向きに解けないか
計画を実行せよ	
24	計画の段階ごとに結果を検討せよ（解答の各段階で、必要に応じて方針や結果を見直す）
25	計画を分割（計画を大きく分割し、分割した段階ごとに結果や方針を確認 複雑な問題の場合、大きく分割した段階ごとに更に細かく分割し確認）
計画を立てること	

3.2 問題解決方略

表 3.1: 一般的な方略

番号	方略
26	結果を確認（知識を確かなものにする，解く能力を豊かなものにする）
27	問題を他の方法で解く（問題への理解度や知識が増えており，違う観点から計画を立てることができる）
28	使った方法や結果を他の問題に応用してみる

“関係がすぐにわからなければ，補助問題を考えなければならない”では，計画を立てる段階の中で，補助として用いられる一般的な方略が集められている．

3.2.2 領域固有の問題解決方略

領域固有の方略は，一般的な方略と領域固有の知識を組み合わせたものである．領域固有の方略は，特定の領域以外の問題には適用できない場合が多く，別の領域では別の領域固有の方略が必要になる．従って，領域固有の方略だけで問題解決を図ろうとする場合，多くの領域固有の方略の暗記が必要となる．

すべての単元についてこのような領域固有の方略を準備して，学習者にそれらを暗記させて問題解決に当たらせるという手法も1つの指導法としては考えられる．しかしながら，発見的な問題解決から程遠い暗記中心の学問になってしまい，数学教育の本来の目的から外れることになる．また，複数の領域から構成される問題を解く場合，領域の組み合わせの数だけ，新たに領域固有の方略が必要となる．よって，学んだ領域が増えるに従い，正答に辿り着けない事態が数多く発生することが予想される．これらのことから，学習者の問題解決能力を向上させるためには，汎用性があり，様々な問題へ適用できる一般的な方略を身に付けさせることが重要である．また，状況に適した一般的な方略と領域固有の知識を選択し，それらを組み合わせることで領域固有の方略を作成，問題へ適用できる能力が重要だと考える．

3.3 メタ認知

メタ認知 (metacognition) とは、認知活動についての認知のことである。メタ認知は、まずメタ認知的知識 (meta-cognitive knowledge) とメタ認知的活動 (meta-cognitive activity) に分かれ、それぞれがさらに細かく分かれる。

メタ認知的知識とは、メタ認知の中の知識成分を指す。メタ認知的知識は、人間の認知特性についての知識、課題についての知識、課題解決の方略についての知識の3つに分けて考えることができる。メタ認知的知識に基づいて、自分や他者の認知特性を知り、課題を正しく捉え、適切な方略を選択することが効果的な問題解決を行うためには必要である。

メタ認知的活動とは、メタ認知の中の活動成分を指す。メタ認知的活動は、メタ認知的モニタリング、メタ認知的コントロールの2つに分かれる。メタ認知的モニタリングとは、認知状態をモニタすることである。認知についての気づき、認知についての感覚、認知についての予想、認知の点検などが含まれる。メタ認知的コントロールとは、認知状態をコントロールすることである。認知の目標設定、認知の計画、認知の修正などが含まれる。メタ認知的モニタリングとメタ認知的コントロールは密接に関連して機能する。モニターした結果 (モニタリングの結果) に基づいてコントロールを行い、コントロールの結果をモニター (モニタリング) し、更にコントロールを行うといった具合に、両者は循環的に働くと考えられている [7]。

上記のことから、問題解決におけるメタ認知は、自身の状態を意識的に観察し、適切な活動を制御することである。メタ認知の概念図を図 3.1 に示す。

学習者は、観察や問題解決に適した方略や知識の選択・制御することで、状況に適した一般的な方略と領域固有の知識から領域固有の方略を生成し、問題へ適用する。例として、問題を理解する場合に、与えられた情報を未知のもの・条件・データごとに把握することが有効だと判断することや、知っている知識を問題へ適用できない場合に、補助線などの補助要素を用いることが有効であると判断し、その問題に適した補助線を選択、問題へ適用することなどが挙げられる。メタ認知能力を向上させることで、学習者は問題解決の状況に応じ

3.4 メタ認知能力の向上

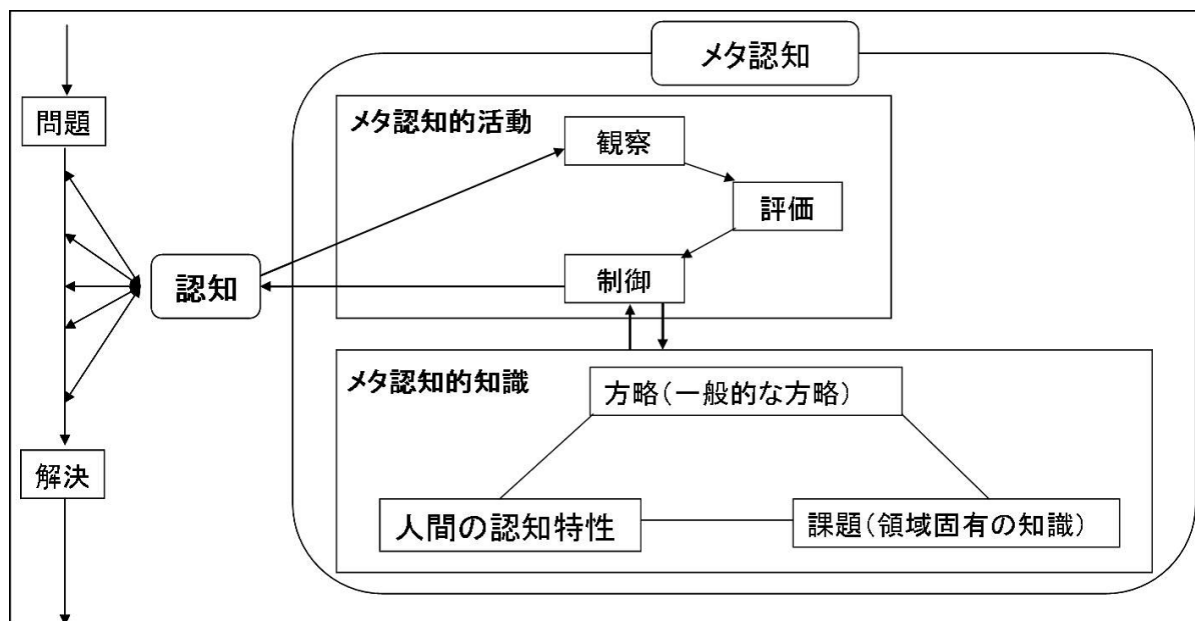


図 3.1 メタ認知の概念図

て、どのような方略が有効であるか判断し、知っている知識を問題に適用することができるようになる。2.1.1 で述べた数学教育における目標である問題解決力を向上させるためには、メタ認知能力の向上を行うことが有効だと考えられる。

3.4 メタ認知能力の向上

問題を解決するためには、知識や方略を知っているだけでなく、それらを状況に応じて活用できるメタ認知能力が必要である。3.3 で述べたように、学習者の問題解決力を向上させるためには、メタ認知能力を向上させることが重要である。3.2.1 や 3.3 などからメタ認知能力は、状況に適した一般的な方略と領域固有の知識を選択し、その方略と知識を組み合わせることで、問題に応じた領域固有の方略を生成することである。また、生成した領域固有の方略を問題へ適用し、問題を解決できる能力である。

メタ認知能力を向上させる方法として、学習者が問題解決を通してメタ認知を意識し、知識や方略を観察・制御する経験を積む方法がある。学習者が問題解決を行う問題は、メタ認知が働かなくても解決できるような問題ではなく、適度な難易度の問題を解決することが必

3.4 メタ認知能力の向上

要である。しかしながら、目に見えない「認知」の観察・制御を行うメタ認知を、学習者が意識することは困難である。また、学習者は問題可決におけるメタ認知の重要性の認識や、メタ認知に対する動機を持ち難く、それらを継続的に行わせることも容易ではない。このため、学習者が単に問題を解決する経験を積むだけでは、メタ認知能力を向上させることが困難となっている。このような理由から、状況に適した助言や指導を繰り返し与えることや、メタ認知活性化などの支援が重要である [6][8]。

学習者は問題解決を行う際に、適切な知識や方略の活用方法を学び、問題解決において適切にそれらを活用する経験を積むために、教員から状況に応じて適切な支援を繰り返し受けることが重要である。教員からの支援を下記に示す。

- 適切な問題解決を見せる，真似をさせる
- 一般的な方略が様々な場面でつかえるという明確な意識を持たせる
- 状況に適した一般的な方略を繰り返し提示する
- 学習者のスキルに応じて、問題を解決できるように徐々に支援を与えていく（Scaffolding）

また、学習者がよりメタ認知を意識し問題解決を行えるようにするために、メタ認知の活性化支援が必要である。メタ認知の活性化支援として、メタ認知に関する観察や制御を支援する方法がある。代表的な活性化支援方法として、リフレクションや自己説明、外化などがある。このような活性化支援方法の説明を下記に示す [8][9]。

- リフレクション

リフレクション支援とは、自身の課題遂行プロセスを直接認識できるように可視化することで、学習者が自身の学習活動の振り返りを促すことができる。正確に学習者の振る舞いを表現すること（物理的忠実性）以上に、学習者にとって観察しやすく表現する（認知的忠実性）ことが重要となる。学習者は、可視化された表現の上で問題点を発見する。また、その修正について考えることを容易にする表現を用いることが求められる。リフレクション支援は3つのレベルに分類される。

3.5 作問学習

- ビデオや作業ログを用いて、記録した学習者の活動を単に表示する
- 状態遷移図などを用いて学習者の活動を解析し、可視化表現を認知活動と親和性の高い表現にしたものを表示する
- 誤り可視化など、ある特定のこと柄について学習者が気づきやすいように表示する

● 自己説明

自己説明支援とは、認知活動やその産物を評価しその妥当性を判断することを求める課題である。学習者に対して説明するという課題を課すだけでなく、その課題の遂行を評価し、フィードバックを与える。説明は、あらかじめ用意することができるため、用意された説明候補から選択していく方法が多く用いられている。

● 外化

外化とは、学習者が自分のもっている知識や理解状態を外部に記述することである。リフレクションの支援とは異なり、学習者自身に記述させる。自分の知識や記憶を観察し、それを新たに自身の理解を表現するために必要な概念や関係を取り出したり、関係付けたりするといった制御が行われるとメタ認知の範疇に入る。外化させるだけでなく、外化した表現を学習者に観察させることで、自分自身の知識の欠落や不足などに気づくことを期待している。外化によって自ら可視化した認知状態を観察するといった枠組みをとっている。例として、概念マップや作問学習などで学習者の考えの外化を行い、外化の結果を振り返らせるといった支援が挙げられる。

3.5 作問学習

メタ認知能力を向上させる方法の1つとして、学習者が問題を作ることで学習を行う作問学習がある。作問学習は学習者の知識の定着に有効な学習方法の1つであり、学習者が自身の知識を活用して問題を作成することによる学習方法である。作問学習における実践例として、高校数学の二次関数における作問学習の実践例を図3.2に示す。

作問学習は、問題のどの要素を制約するかによって、解法ベース、問題ベース、物語ベ-

3.5 作問学習

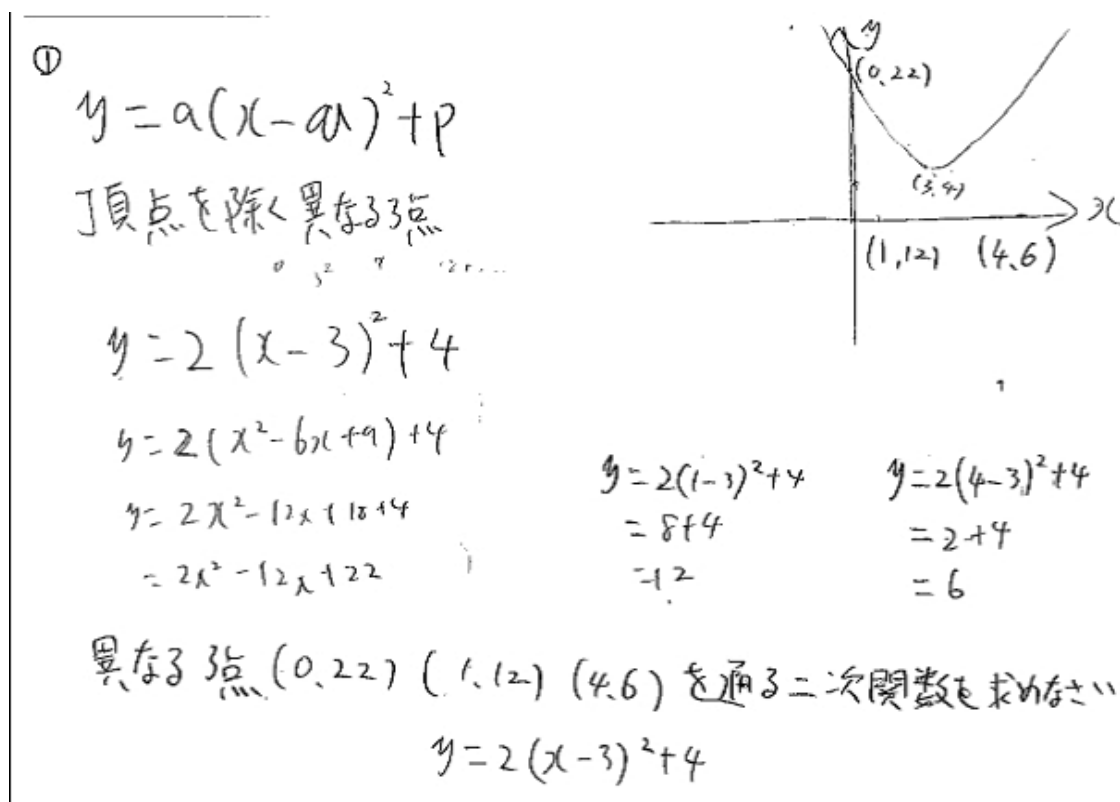


図 3.2 作問学習の実践例：異なる 3 点から二次関数を求める問題を作りなさい

スの 3 つに分類されている [10]。また，作問学習における要素は，要素に値を入れた数式・計算式と文章や記号を用いて与えられる。

作問の各ベースは，ポリアの問題解決方略における，問題の解決に行き詰まった際の問題解決の対処手法や，解決後の知識の定着手法の方略が基になっている。各ベースの作問学習の特徴を下記に示す。

- 解法ベースの作問

解法が制約された作問であり，ある解法が適用可能な問題を作るといった作問形態である。また，解法だけで結論情報を導くように制約することもあれば，解決の一部として使われるようにするといった制約も考えられる [11]。

このベースの作問では，問題解決の後に，適用した解法に関して，その適用範囲や条件などを再考することが重要であることに着目し定義されている。表 3.1 における“使っ

3.5 作問学習

た方法や結果を他の問題に応用してみる”という方略を行う作問学習と言える。

- 問題ベースの作問

問題，つまり，前提情報と結論情報が，あらかじめ与えられているという形で制約された作問であり，その与えられたものを変更することで問題を作るといった作問形態である．部分問題を設定する方法として，答えとそれを求めるために必要な情報（新しい物語）の組合せからなる部分問題を設定するトップダウンな方法がある．また，物語とそこから同定できる情報（新しい答え）の組合せからなる部分問題を設定するボトムアップな方法がある [11]．

このベースの作問では，解決の見通しが立ちにくい複雑な問題を解決する際に，部分問題を設定することが有効であることに着目し定義されている．トップダウンな方法は，表 3.1 における“未知のものを残し，他を変化させる”という方略を行う作問学習と言える．ボトムアップな方法は，表 3.1 における“データを残し，他を変化させる”という方略を行う作問学習と言える．

- 物語ベースの作問

前提情報の全部，もしくは一部が与えられており，それに対して前提情報および結論情報を補うといった形の作問形態である [11]．

このベースの作問では，解決の見通しが立ちにくい複雑な問題を解決する際に，補助問題を設定することが有効であることに着目し定義されている．表 3.1 における“未知のものとデータ両方を変化させる”という方略を行う作問学習と言える．

作問学習は，一般的な方略の 1 つを自然に実施していると捉えることができる．このため，作問学習を行う際に，このような方略をより意識できるような支援が必要だと考える．よって，作問学習で問題に詰まった，問題を作り終えた際に，作問した問題の応用や基礎となる作問問題を推薦する支援が有効だと考える．例えば，基礎問題を作問した後，その問題に用いた解法が解法の一部として用いることができるような応用問題の作問へ誘導する．これにより，問題に詰まった場合に，一般的な方略における部分問題を考えることの有効性を

3.5 作問学習

理解しやすくなり，それらの方略の習得を促すことができると考えられる．

3.5.1 作問学習の利点

作問学習を行うことで下記の学習効果が得られると考えられている [9] ．

- 学習者にとって理解不足であった部分の発見
- 学習者の問題解決能力の向上
- 学習者の学習態度の改善
- 学習者の学習意欲の向上

問題解決学習では，与えられる問題の多くが，ある解法で求めることが可能なものであり，なぜその解法が成立しているのか，なぜその問題に対して適用可能なのか，といったことは必ずしも考える必要がない．作問学習では問題解決学習とは異なり，あらかじめ問題を構成する要素であるデータや条件，解法などが制限されており，学習者は問題解決を行うことができる問題を作るための要素を検討する必要がある．このため，問題解決学習以上に，作るべき問題へのイメージや問題の解法を適用するために必要な条件などを検討し，判断・選択することが求められる．よって，問題を作成することは問題を解くこと以上に，その問題に対する深い理解が問題の学習者には求められる．このような理由から，作問学習を通じて学習者自身が問題を作成することにより，既知の知識や手段・手法に対する理解不足の部分に気付くことができる．また，学習者が問題の作成を行うことで，学習者に自身が問題に関与してよいことに気付かせることができ，学習者の学習態度の改善や学習意欲の向上に繋がる．

さらに，作問学習と一般的な方略やメタ認知能力と密接な関係がある．問題を作ることが問題解決過程に対するメタ認知活動になることは，これまでも指摘がされており，またその学習効果も広く知られている．ある解法を用いて問題を解決することを認知活動としてそのメタ認知活動を考えてみると，どのように解いたかを考えることがその一つとなる．このような思考を起動する一つの方法として，ある解法で解ける問題を作らせる，といった作問

3.5 作問学習

課題を捉えることができる [10]。また，作問した問題は，学習者の考えた問題が成立する条件を書き出したこととなり，知識の外化として捉えることができ，作問学習はメタ認知活性化支援の方法と言える。

作問学習では，様々な問題を作ることや，問題を様々な方法を用いて作ること，知識や方略，解いたことのある問題などを振り返り，それらを問題解決のためにどのように適用すべきかを考える。このような経験を通じて，学習者は問題解決に有効な知識や方略などを適用する多くの方法を学び，その中からどのような問題解決にも有効な方略や，知識や方略の活用方法を獲得することができる。このような方略は，一般的な方略であり，具体的な作問を繰り返す中から，一般的な方略を獲得し，その有効性や活用方法を学ぶことができる。よって，作問学習は，問題解決におけるメタ認知能力を向上させることができ，問題解決能力と呼ばれる，自身の力で考えて問題を解く能力を向上させることができる。

3.5.2 作問学習の問題点

作問学習を実施する場合，「学習者によって作られた問題の評価」が困難であるとされている [10]。作問学習では，問題解決学習とは異なり，問題の解答が学習者ごとに異なる。作問学習を自主学習に取り入れる場合，3つの問題点が挙げられている。

- 作成した問題に対する正答があらかじめ用意されていない
- 学習者が作成した問題が問題として成立しているとは限らない
- 作成した問題が成立しているとしても，問題の質を診断し適切なフィードバックが必要である

授業での作問学習ならば，教師が生徒の作成した問題の成立・不成立の判断と，作成した問題に対する生徒の解答の正誤判断を行うことでこの問題を解決する。一方自主学習では教師などはいないため，これらの判断を学習者が行わなければならない。作成した問題の成立・不成立の判断は，学習者にその問題に対する十分な理解があれば可能である。しかし，学習者が問題の成立・不成立を判断することは困難である。さらに，教科書や問題集とは異

3.6 研究の目的

なり作成した問題に対する正答は用意されていないため，学習者自身が解答の正誤判断を行うことは困難である．

3.6 研究の目的

数学教育における目標は，2.1.1 で述べたように，問題に対して有効な知識や手段・方法を考える能力や，それらの知識や手段・方法を様々な問題へ活用できる能力を養うことである．学習者の問題解決力を向上させ，数学における問題解決を円滑に行えるようになるためには，メタ認知能力の向上が有効である．本研究では，学習者の問題解決におけるメタ認知能力の向上を目的として，一般的な方略の取得方法とメタ認知活性化方法としての作問学習，作問学習とメタ認知・一般的な方略との関係に着目し，作問学習において一般的な方略を基にヒントの生成・提示を行う支援を提案する．ヒントとして，一般的な方略から徐々に具体的な方略を提示していくことで，一般的な方略をどのような状況でどのように用いれば良いか理解でき，一般的な方略の有効性や活用方法に気づくことが期待できる．また，作問学習において様々な種類の問題を作る経験を通じて，一般的に役立つ方略を獲得し，有効性や活用方法を見つけることが期待できる．これにより，学習者は一般的な方略をより効果的に習得することができ，メタ認知能力を向上させることができると考える．

本研究では，このような支援を行うために，作問学習における学習者の学習活動を調査し，その結果を体系化することで，作問学習のモデルを作成・提案する．また，作問学習モデルと一般的な方略との比較を行い，作問学習の活動と一般的な方略の関係を明らかにする．さらに，学習者の学習過程に該当するモデルの項目に関係のある方略を用いて，ヒントを生成・提示する作問学習支援システムを試作する．

第 4 章

高校数学二次関数における作問学習 モデルの提案

4.1 作問学習モデル

本研究では、学習者の問題解決におけるメタ認知能力を向上させるために、作問学習において一般的な方略を基にヒントの生成・提示を行う支援を提案する。このような支援を行うために、作問学習における学習者の学習活動を調査し、その結果を体系化することで、作問学習モデルを作成・提案する。

4.1.1 作問学習における学習活動の調査

作問学習の特徴や学習活動を明らかにするために、大学生・大学院生に作問学習を行ってもらい、問題を作る際に考えたことや判断したこと、書き出したこと、思い出したことを順に書き出してもらった。また、書き出された結果において不足している部分や気になった部分などの聞き取りを行った。調査の概要を下記に示す。

目的

- 作問学習の学習活動，過程を明らかにする
- 作問学習ではどの学習活動に重点が置かれているか明らかにする
- 作問学習の学習活動と一般的な方略にどのような関係があるか明らかにする

人数と問題数

4.1 作問学習モデル

- 4名に“異なる3点の座標”から二次関数を求める問題を作ってもらった。
- 2名に“頂点と頂点以外の1点の座標”，“軸と異なる2点の座標”，“異なる3点の座標”から二次関数を求める問題を作ってもらった。

条件

高校数学二次関数の領域固有の知識や手段・方法を最低限身につけている学生を対象として実験を行った。これは、本研究の支援対象は身に付けた知識や方略を問題へ適用できない学習者であり、二次関数の公式や平方完成の手順といった領域固有の知識や手段・方法を身につけるための支援を目的としていないからである。また、作問学習は知識の定着を目標としており、作問を行うためには事前にその問題の領域固有の知識を最低限学んで置く必要がある。

調査の結果と学生からの意見を下記に示す。

- 問題の理解やイメージを掴むことに重点が置かれており、作るべき問題と関係のあるグラフや数式を書き出すなど、グラフや数式を積極的に用いている
 - － 問題を作るために、どのような要素が必要なのかグラフと数式を用いることが必要だと思った
 - － どのような問題を作らなければならないか問題文からではイメージし辛いので、図を描きながら考えることが重要だと思った
 - － 分かるものを全て書き出して置くことで、問題を作り易くなると思った
- 問題を作る方法は、データや条件から未知のものを求めるものだけでなく、未知のものからデータや条件を求めるなど様々な方法が用いられる。
 - － 平方完成と展開には関係がある。展開すれば平方完成する前の方程式が求められるはず
 - － 解答を先に考えれば、他の座標は求めることができるはず
 - － 平方完成より展開の方が計算が簡単そう

4.1 作問学習モデル

このような結果から作問学習の特徴として、学習者は問題への理解やイメージを促すための学習活動に重点がおかれている。また、問題の理解に関する一般的な方略の“図（グラフ、表、…）をかいて全体を見通す”や“記号や文字を利用する”を自然に意識し行っており、学習活動自体が一般的な方略となる場合が多い。作問学習では問題の要素の値を決めることや求める順番を学習者自身が判断する。問題解決学習では、データや条件から未知のものを求めるための方法のみを検討する必要があるが、作問学習では、全ての要素が求める対象であり、問題を様々な方向から検討する必要がある。このため、学習者は作問学習の学習活動として、“求める結果が得られたと仮定して、逆向きに解けないか”や“与えられた条件や式を、解答で使い易いように変形できないか”、“問題を言い換えることで、容易になったり、既習の解法が使えたりしないか”といった一般的な方略を自然と行うことになる。

これらのことから、作問学習は各ベースが一般的な方略を基に定義されており、作問自体が一般的な方略を実施していることに加え、学習者は作問学習の学習活動として、自然と一般的な方略を用いる場合が多い。作問学習を行うことで、学習者は自然と一般的な方略を用いる経験を積むことができ、一般的な方略の有効性を効果的に理解できると考えられる。また、より効果的にメタ認知能力を向上させるためには、単に経験を積むだけではなく作問学習の学習活動において、一般的な方略をより意識でき、有効性を理解できるような支援を提供することが重要だと考える。

4.1.2 作問学習の体系化

4.1.1の調査の結果を基に、作問学習の体系化を行い、作問学習モデルを作成した作問学習モデルは、作問学習の学習過程として学習活動を8つに区分している。各段階には、作問学習の学習活動の項目が分類されており、総数は30項目ある。各段階の関係を図4.1に示す。

作問学習モデルの過程や項目は、学習者によって順番や利用のかどうかは変化する。理解や検討の補助として用いられる段階として、“問題や要素の変形”と“関係知識の書き出し”が用いられる。各段階とポリアの問題解決の段階における関係を図4.2に示す。

4.1 作問学習モデル

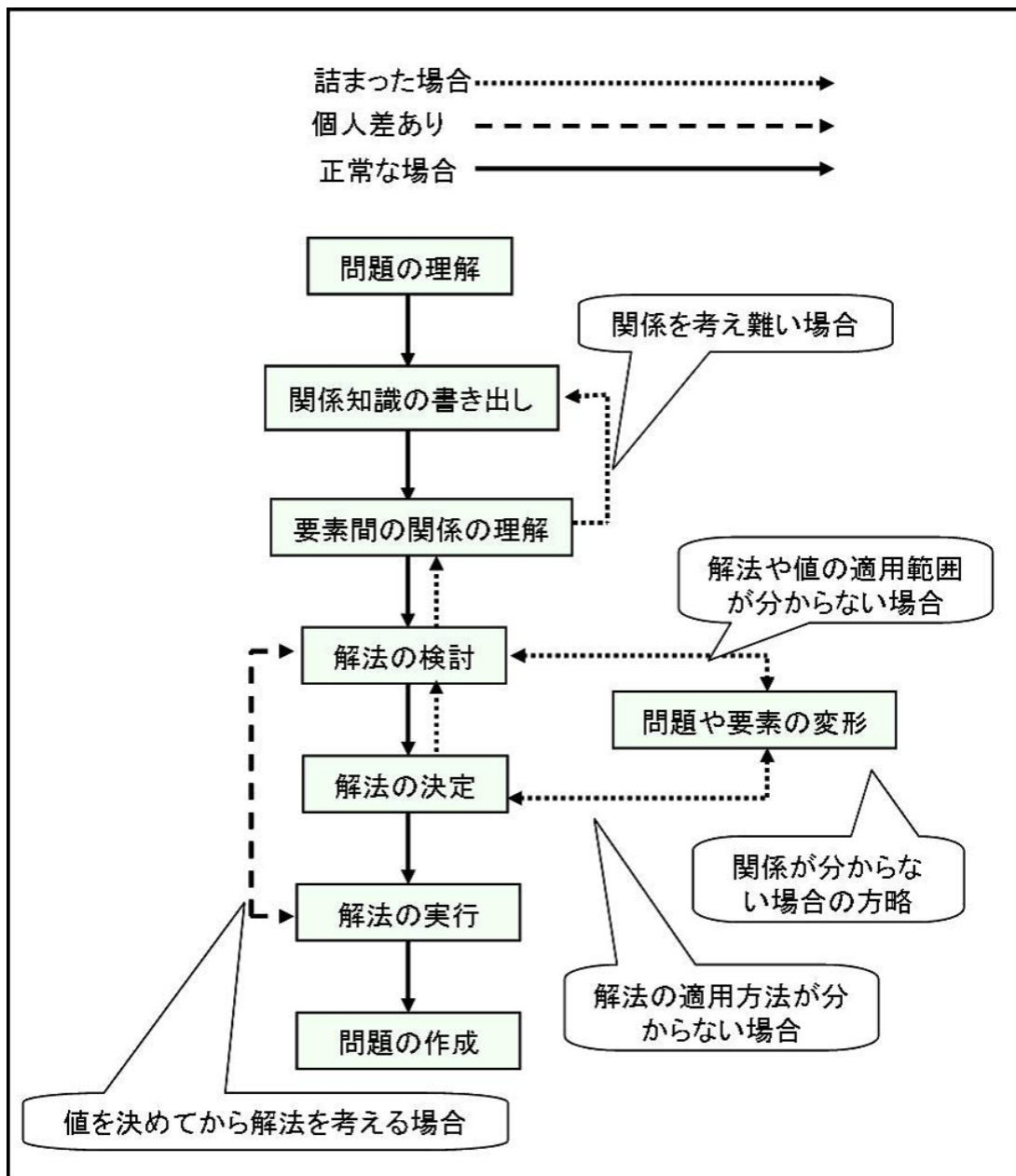


図 4.1 作問学習モデルの各段階の関係

図 4.2 のように，作問学習モデルとポリアの問題解決の段階は，ほぼ同様の段階を有しており，この段階の関係を基に，作問学習モデルの各項目と一般的な方略との関係を検討した．また，作問学習モデルの項目に属性を決めており，問題を作つために全ての学生が行っているものを“必須”，分からなかった場合や迷った場合を“補助”，個人ごとに変化するものを“個別”としている．作問学習モデルを表 4.1 に示す．また，調査に用いた問題文を付

4.1 作問学習モデル

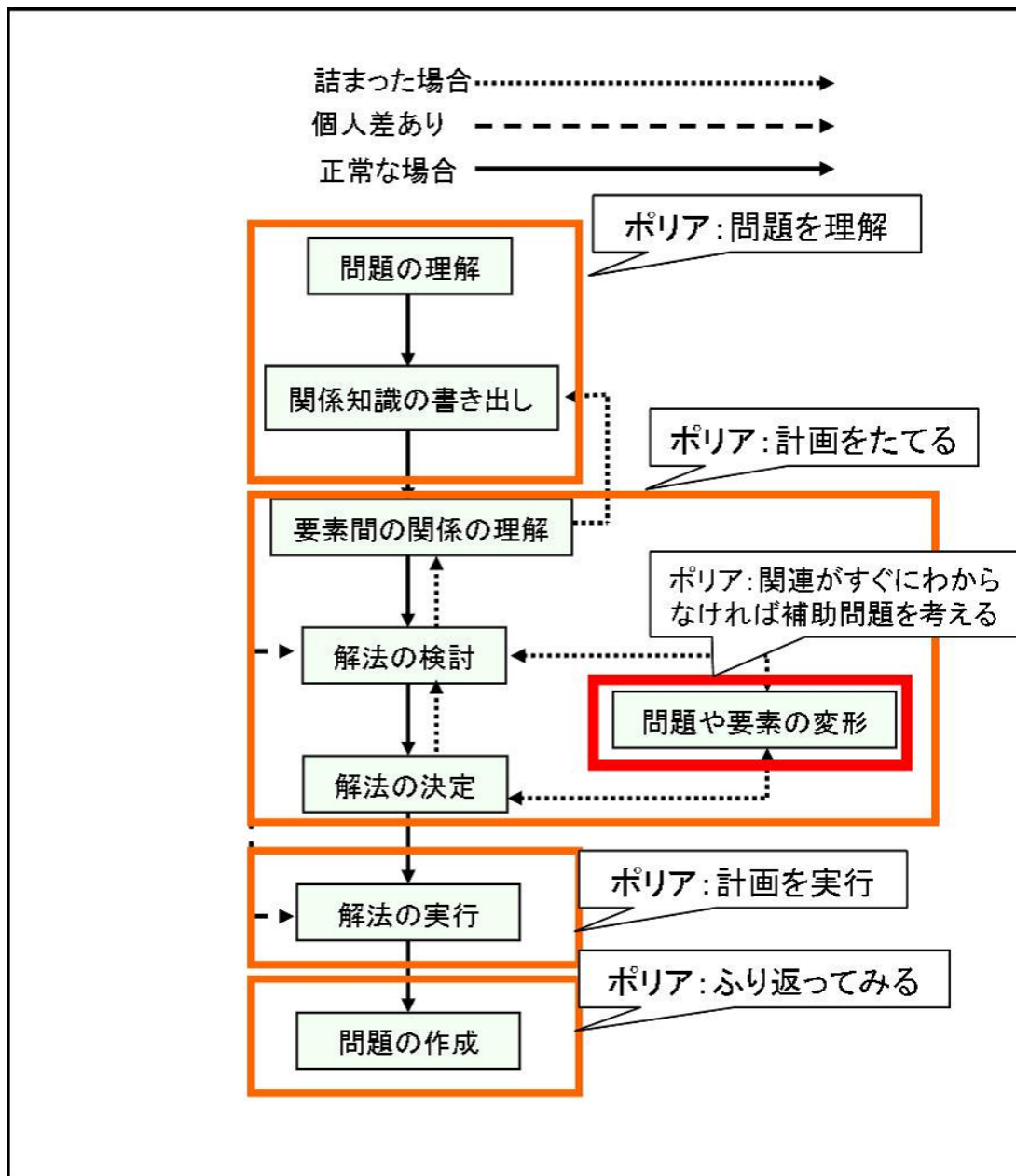


図 4.2 作問学習モデルとポリアの問題解決の関係

録 A へ，結果の一部を付録 B へ記す．

表 4.1: 作問学習モデル

段階	番号	項目	属性
問題を理解する	1	与えられている条件やデータだけで未知のものを求めることができるか確認する	個別

4.1 作問学習モデル

表 4.1: 作問学習モデル

段階	番号	項目	属性
	2	未知のものに注目し, 未知のものが似た問題を思い出す	補助
	3	問題を作るために必要な要素は何か検討する	必須
	4	問題を作るために値を決め・求める必要がある要素を書きだす	補助
	5	作る問題と似た問題で用いた要素を思い出す	補助
	6	似た作問問題で決め・求めた要素を思い出す	補助
	7	要素に適当な記号を振り, 扱いやすくする	個別
	8	どのような問題を作るのかイメージを持つ	必須
	関連知識の書き出し	9	問題と関係のある定理や公式を思い出し, 書き出す
10		問題と関係のあるグラフや表, 図を思い出し, 書き出す	個別
要素間の関係理解	11	要素間にどのような関係にあるか検討する	必須
	12	問題を作るために役に立ちそうな定理や公式などを思い出す	補助
	13	作る問題と似た問題を解いたときに用いた解法や計算, 解答を思い出す	補助
	14	作問問題と似た作問問題で利用した要素の決め方・求め方を思い出す	補助
解法の検討	15	要素間の関係から値を求める方法を検討する	個別
	16	要素の値が他の値とどのように関わっているか検討する	個別
	17	再度, 問題文や要素を見返し, 要素の値を決める・求めるための条件として関係のありそうな定理などを思い出す	補助
解法の決定	18	値の決め方・求め方を選び, 決める	必須
	19	求め・決める要素の値の見通しを持つ	個別
問題や要素の変形	20	要素と関係のある定理や公式を思い出し, 要素を数式や記号などで表す	補助
	21	要素と関係のあるグラフや表に補助線や要素の記号・数式を入れる	補助
	22	思い出した問題や定理・公式と要素にどのような関係があるか考える	補助
解法の実行	23	要素が取り得る値の適用範囲を考慮し, 要素に値を代入し, 要素の値を決定する	必須
	24	決定された要素へ, 値の代入などを行い, 他の要素の値を求めるための計算を行う	必須
	25	決めた・求めた要素の値をグラフへ書き出す	個別
	26	決めた・求めた要素の値が正しいか検算する	個別

4.1 作問学習モデル

表 4.1: 作問学習モデル

段階	番号	項目	属性
問題の作成	27	求めた要素の値を統合し、問題文と解答を作成する	必須
	28	作った問題が、問題として成立しているか確認する	個別
	29	作った問題を用いて他の問題を作れないか	個別
	30	作った問題を他の方法を用いて作れないか	個別

作問学習モデルを検証するために、再度調査を行い、提案モデルに不足が無いか確認した。この調査では、被験者 1 名に 10 種類の問題を作ってもらい、前回の調査と同様に、考えたことの書き出しや聞き取りなどを行った。その結果、作成した作問学習モデルは、大学生・大学院生の作問学習活動として不足は無く、正常に機能することを確認した。

作成した作問学習モデルを、図 3.2 の作問学習の具体例に当てはめたものを図 4.3 に示す。まず学習者は、問題文を読み問題を作るために必要な要素である“異なる 3 点の座標”と“二次関数”を検討し、要素を書きだしている。また、二次関数と関係のある公式を思い出し、 $y = a(x - p)^2 + q$ を書き出している。次に、問題と関係のあるグラフや表、図として二次関数の曖昧なグラフを思い出し、書き出している。このグラフの値は、要素の値を求めた後に加えられたものであり、この段階では二次関数の特徴的な図を書き出し、問題へのイメージを高めるために用いられている。次に、要素間にどのような関係にあるか検討し、二次関数から座標を求めることができるという関係を思い出し、二次関数の方程式を決め、異なる 3 点の座標の値を求める方法を選択している。選択した方法に基づき、書き出している二次関数の公式へ値を入れ、二次関数の値を決定している。方程式を決めた後、決定した方程式へ、異なる 3 点の座標の x 座標の値を代入し、異なる 3 点の座標を求める計算を行っている。求めた座標の値は、グラフへ追加し、問題をイメージ通りに作れているかを確認している。最後に、求めた要素の値を統合し、問題文と解答を作成している。

4.2 作問学習モデルと問題解決方略

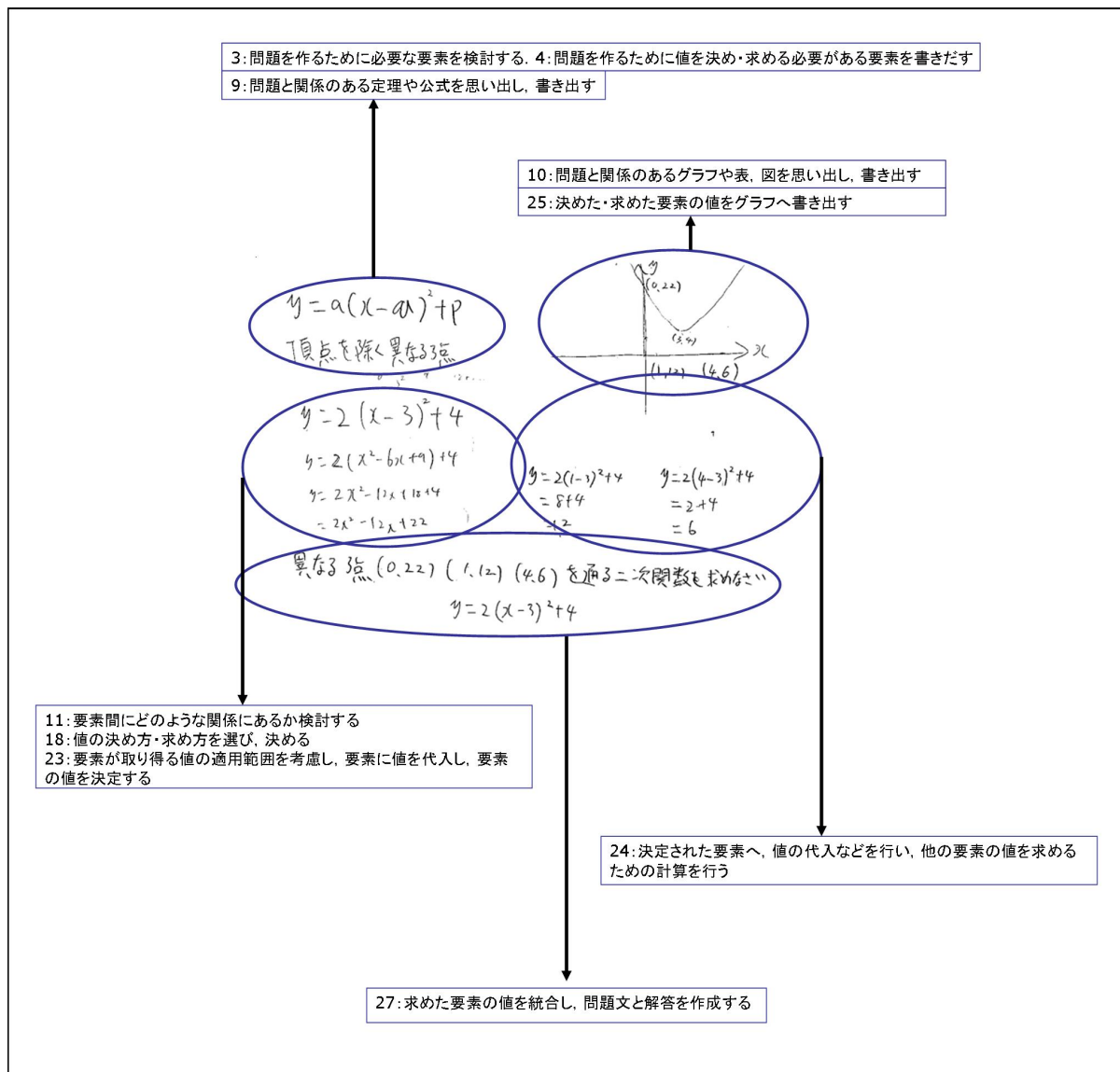


図 4.3 作問学習モデルの具体例

4.2 作問学習モデルと問題解決方略

作問学習の学習活動において、適切な一般的な方略を提示するために、作問学習モデルと一般的な方略を比較した。その結果、作問学習モデルの項目と同様の一般的な方略と、各項目で詰まった・分からない場合にどのような一般的な方略が補助として有効となるか検討した。比較を行う判断基準として、その項目で何が考えられていたか、どのような判断をしているか、書き出したもの・決めたことを基準とした。作問学習モデルと一般的な方略の関係

4.2 作問学習モデルと問題解決方略

を表 4.2 に示す。

表 4.2: 作問学習モデルと一般的な方略

作問学習モデル	同意義の問題解決方略	補助として有効な問題解決方略
1	6	9
2	10	10
3	1,2	2,3,5,7,9
4	5	1
5	9	5,3
6	9	5,3
7	4	7
8	6	3,5,7
9	5	7
10	3	7
11	7	8,9,17,18,19,20,21,22,23
12	8	10
13	9	10
14	9	10
15	7,11	15
16	7,11	15
17	15	7
18	11	11
19	16	7
20	13,14	7

4.3 メタ認知能力の向上を促す支援

表 4.2: 作問学習モデルと一般的な方略

作問学習モデル	同意義の問題解決方略	補助として有効な問題解決方略
21	12	7
22	11	12,13,14
23	24	25
24	24	25
25	24	23,25
26	24	23,25
27		
28	26	17,18,19,20,21,22
29	28	17,18,19,20,21,22
30	27	17,18,19,20,21,22

上記の結果から，作問学習モデルでは関係がすぐに分からない場合，補助問題を考えるための一般的な方略以外は同様の項目が多いことが分かった．また，問題文の作成に関する項目は，作問学習独自の活動となっている．

4.3 メタ認知能力の向上を促す支援

作問学習の学習活動の調査や提案した作問学習モデル，そのモデルと一般的な方略を比較した結果などから，学習者のメタ認知能力の向上を促す支援を検討した．

まず，作問学習における学習活動の状況に応じて，一般的な方略を基にしたヒントを提示する支援が有効だと考えた．3.4 で記述した，状況に適した一般的な方略を繰り返し提示する支援へ，徐々に支援を与えることで学習者が考えることを促す（Scaffolding）などの方

4.3 メタ認知能力の向上を促す支援

法を取り入れる．徐々に支援を与える方法として，提示するヒントを一般的な方略から，領域固有の方略，具体的なヒントの順に徐々に支援を与える．状況に応じた一般的な方略をヒントとして提示することで，学習者が一般的な方略をどのように問題へ適用すべきか考えることを促す．また，一般的な方略の提示だけでは問題への適用方法が分からない学習者に対して，状況に応じた一般的な方略を基に領域固有の方略や具体的なヒントを生成・提示することで，メタ認知的知識である一般的な方略への理解を促す．さらに，学習者は作問学習の学習活動の中から，様々な問題の解決に有効な方略を見つけることができる．一般的な方略の提示と作問学習の特徴から，作問学習の学習活動に応じた一般的な方略を提示することで，より効果的に一般的な方略を習得でき，メタ認知能力を向上することができると考えた．このような支援を行うために，作成した作問学習モデルから学習者の状況に適した一般的な方略を選択する基準を設ける必要がある．本研究では，学習者が詰まった・分からない場合，解答が間違っていた場合に，作成した作問学習モデルのどの項目を行っているか確認し，4.2を基にその項目が分類されている段階と関係のある一般的な方略を基準とする．段階と関係のある一般的な方略として，その段階に分類されている補助・個別項目と同意義の一般的な方略を選択する．次に，学習者が行っている項目の補助として有効な一般的な方略を選択する．

次に，問題の関係を理解することや，部分・補助問題の方略を意識することを促すために，問題の推薦を行うことが有効だと考えた．作問終了後や一般的な方略として部分・補助問題が必要な場合，問題と関係（基礎，応用，解法など）がある作問問題を推薦する．これにより，問題解決を行う場合に，部分・補助問題を考えるとといった一般的な方略が有効だとより理解できると考えられる．また，作問学習は，3.5で記したように，一般的な方略における部分問題などを基に定義されており，そのような方略をより意識し，有効性を意識するためにも問題を推薦することが有効だと考える．さらに，作問した問題と推薦した問題の繋がりを意識することで，知識の再構成を行い易くなると考えた．

学習者が学習活動の振り返り（リフレクション）を効果的に行うために，学習活動を作業ログ・過去ログを用いて可視化することで，学習者が自身の学習プロセスを観察しやすく表

4.3 メタ認知能力の向上を促す支援

現する支援が有効だと考えた。学習者の入力と作問学習モデルの各項目を基に、作業ログを提示し、作問終了後に作業ログを過去ログとして蓄積する。これにより、学習者は、作業ログを見ることで自身の学習活動や役立つ方略などを容易に振り返ることができる。また、作業ログと過去ログを見比べることで、以前似たような状況でどのような考え方が役立ったか、自身がどのように考えたのかを容易に振り返ることができる。これにより、学習者のリフレクションを支援し、一般的な方略の習得や問題間の繋がりをより理解できると考える。

最後に、作問学習にける適応的なインタフェースが必要だと考えた。4.1.1の結果、作問学習において学習者の学習活動は、問題やイメージを高めるために学習者は問題と関係あるグラフや表を書き出している。また、グラフを用いて具体的な値を決めることで作問学習を行っている。このため、学習者が作問学習を行えるようにするために、値に沿ったグラフの表示やグラフの書き出し、値を入力できるようにする。さらに、二次関数の問題における解答の解説や、授業での指導方法として、グラフなどが多く用いられている。このため学習者が作問学習を行っているときや解答に詰まったときなどに典型的なグラフや表を表示させることが有効である。例として定義域では、 x 軸、 y 軸の値域をグラフに表す等が挙げられる。このため、学習者に典型的なグラフや表の表示を行う支援が必要である。

第 5 章

メタ認知能力の向上を指向した作問 学習支援システム

5.1 システムの概要

本研究では，作成した作問学習モデルと 4.3 で検討したメタ認知能力の向上を促す支援を基に，高校数学の二次関数を対象とした作問学習を支援するシステムを試作した．試作システムにおいて，学習者は作問学習モデルの必須項目を入力することで，作問を行うことができる．学習者が解答に詰まった場合や分からない場合，解答を間違えた場合，作問学習モデルの項目を基に，4.3 で決めた基準に沿って関係のある一般的な方略を選択し，その方略を基にヒントの生成・提示する．試作システムでは，学習者の状態を把握するために，詰まった・分からないボタンを設置している．このボタンの選択回数に応じて，提示するヒントが一般的な方略から領域固有の方略，具体的なヒントと変化する．提示する問題解決方略を徐々に具体的なものにしていくことで，学習者に一般的な方略の有効性を示すことができ，一般的な方略の習得を促すことができると考えられる．また，学習者の入力と作問学習モデルの項目を統合し，その項目の情報と入力情報，提示されたヒントを作業ログとして蓄積・提示する．さらに，作問が終わった場合や一般的な方略として部分・補助問題が有効な場合，他の作問問題へ誘導する．

ポリアは，学習者へ教員が一般的な方略を基にしたヒントを与える際には，機会のある度毎に自然なやり方で，注意や問いを繰り返さなければならないとしている [6]．また，指導例では，教員は一般的な方略を学習者へ繰り返し問いかけ，学習者の返答に応じて次の一般

5.1 システムの概要

的な方略や、領域固有の方略、具体的なヒントを提供している。このように、メタ認知能力が不足している学習者には、正しい方略を示し、模範的な活動を確認したり真似させることが必要とされている。さらに、教員は手を貸さなければならないが、それは多すぎても少なすぎてもいけないと記されており、学習者の能力に応じて支援を切り替えることが必要とされている。学習者は問題を作るために必須である項目の活動を順に行うことで、模範的な活動を知ることができる。また、作業ログに残る活動履歴が模範的な活動や方略を使っている活動となるため、どのような方略がどのような活動で有効なのか振り返ることができる。

試作システムは、PHP、JavaScript、Java を用いて Web アプリケーションとして構築した。Web サーバとして Apache を用いた。試作システムの画面の説明を図 5.1、数式などの入力を図 5.2、システム概念図を図 5.3 に示す。

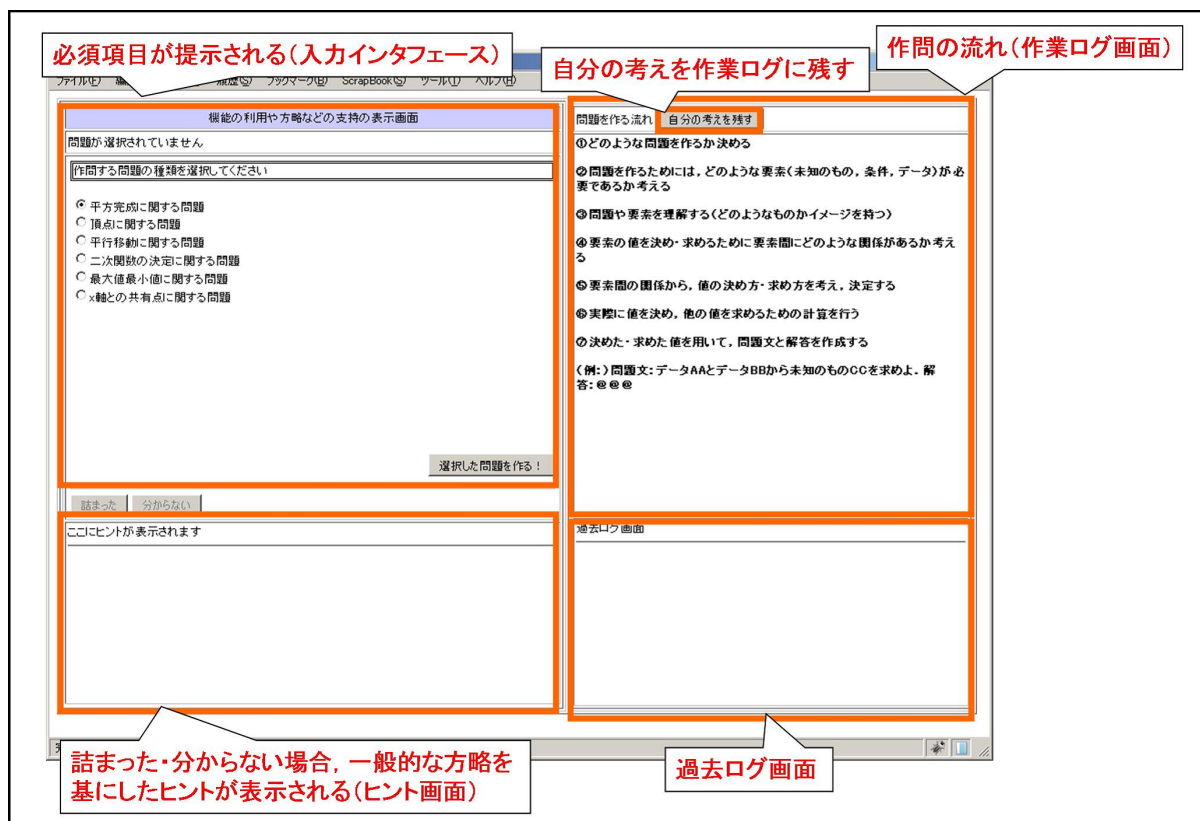


図 5.1 システムの画面の説明

5.2 対象とする領域



図 5.2 数式の入力画面

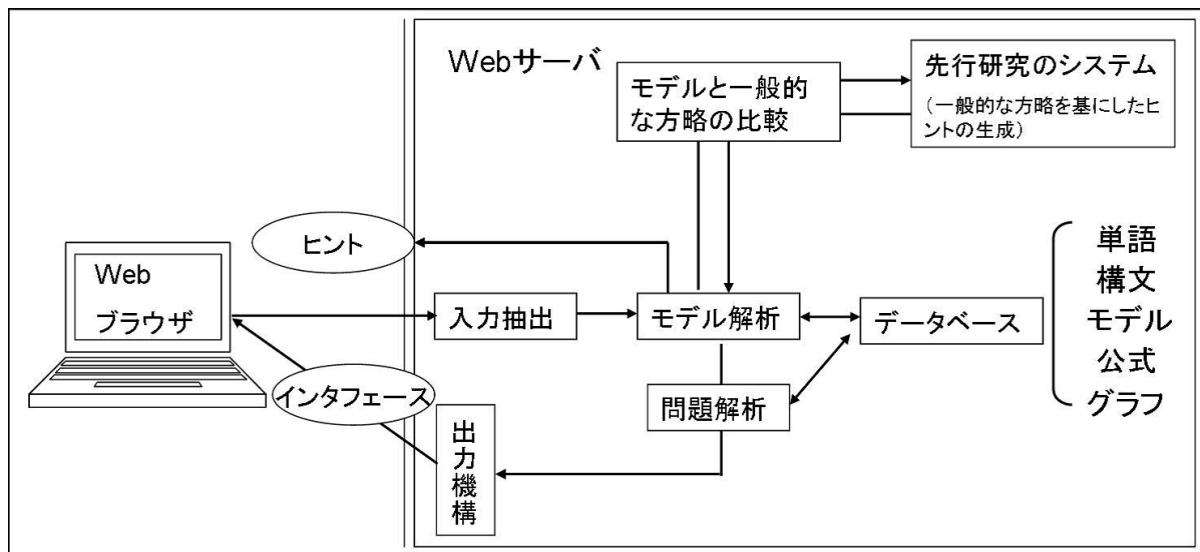


図 5.3 システムの概念図

5.2 対象とする領域

今回作成できる問題は、下記の 6 種類の問題とする。また、問題によっては更に幾つかの問題のパターンに分かれている。

- 平方完成をする問題

5.3 支援機能

- 頂点の座標を求める問題
- 最大値・最小値を求める問題
 - － x の定義域がない場合
 - － x の定義域がある場合
- グラフと x 軸の共有点の座標を求める問題
- グラフの平行移動に関する問題
 - － 2 つの二次関数から平行移動の x 軸方向と y 軸方向の移動距離を求める場合
 - － x 軸方向と y 軸方向の移動の数値と移動前の二次関数から，移動後の二次関数を求める場合
- 二次関数の決定に関する問題
 - － 頂点の座標と，頂点以外の座標から二次関数を決定する場合
 - － 異なる 2 点の座標と， x 軸の方程式から二次関数を決定する場合
 - － 異なる 3 点の座標から二次関数を決定する場合

5.3 支援機能

学習者のメタ認知能力の向上を促す支援として，4.3 で検討した結果を基に，一般的な方略を基にしたヒントの提示と作業ログの提示，他の作問問題への誘導，適応的なインタフェースの支援機能を構築した．

5.3.1 一般的な方略を基にしたヒントの提示

作成した問題が間違っていた場合や詰まった・分からないボタンを選択することで，入力履歴と作問学習モデルを比べ，一般的な方略を基にしたヒントを生成・提示する．分からないボタンを選択した場合，一般的な方略を基にしたヒントに加え，解き方の例や関係のあるグラフや図などの提示，正しい入力の一部の提示を行う．生成・提示するヒントは，4.3 で決めた基準から，作問学習モデルの項目と関係のある一般的な方略を選択し，用いる．そ

5.3 支援機能

の方略と作ろうとしている問題の領域固有の知識を基に，ヒントを生成・提示する，試作システムにおけるヒントの生成・提示の画面を図 5.4 から図 5.7 に示す．

まず，詰まったボタンが選択された場合，入力を行っている項目と関係のある一般的な方略がヒントとして提示される．

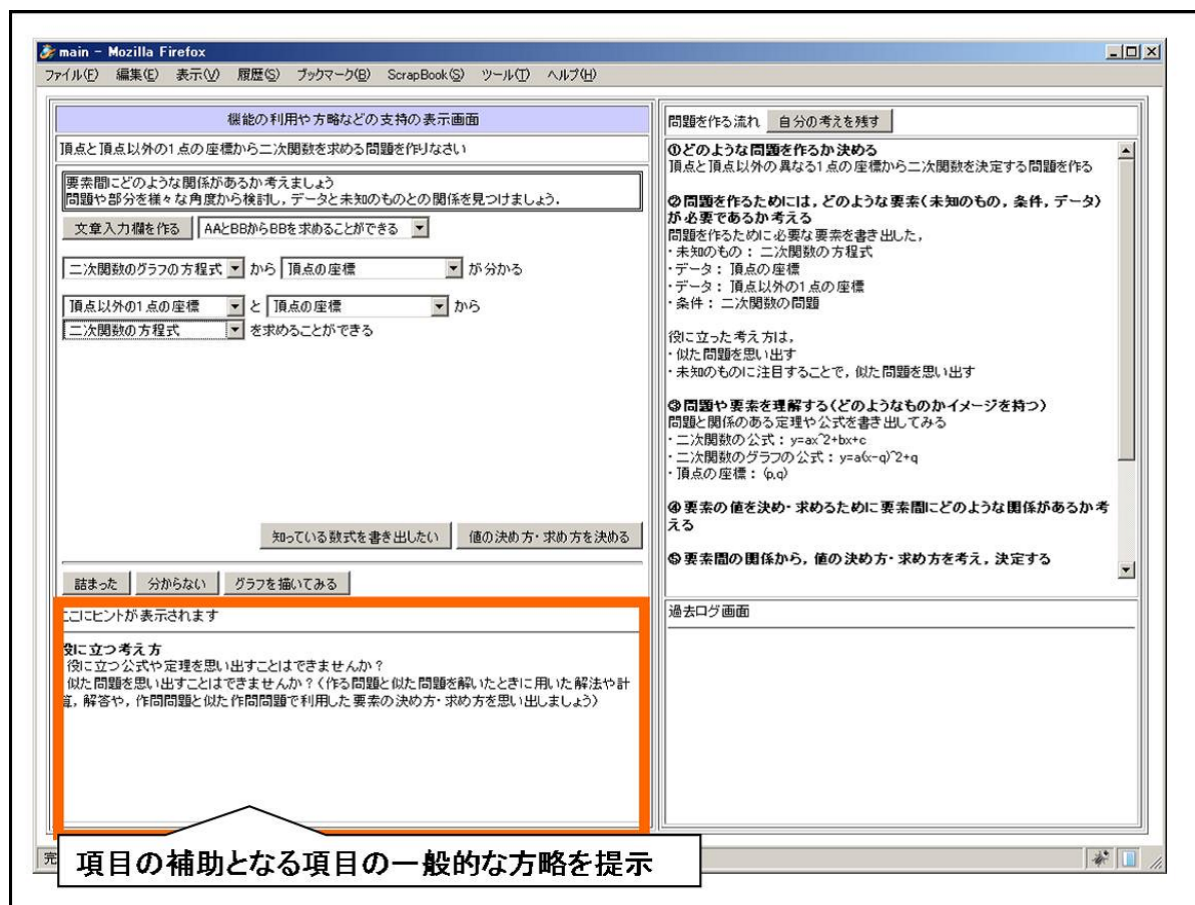


図 5.4 一般的な方略の提示画面

次に，ボタンを選択することで，さらに補助的な方略が提示される．

さらに，詰まったボタンを選択することで，作ろうとしている問題の領域固有の知識を基に，領域固有の方略が生成・提示される．

最後に，具体的なヒントとして，問題の解き方の提示や正しい入力が段階的に行われる．

分からないボタンが選択されると，問題に応じたグラフの提示（図 5.10）や具体的なヒントや解き方の提示（図 5.7），作問問題の推薦が行われる（図 5.9）．

5.3 支援機能

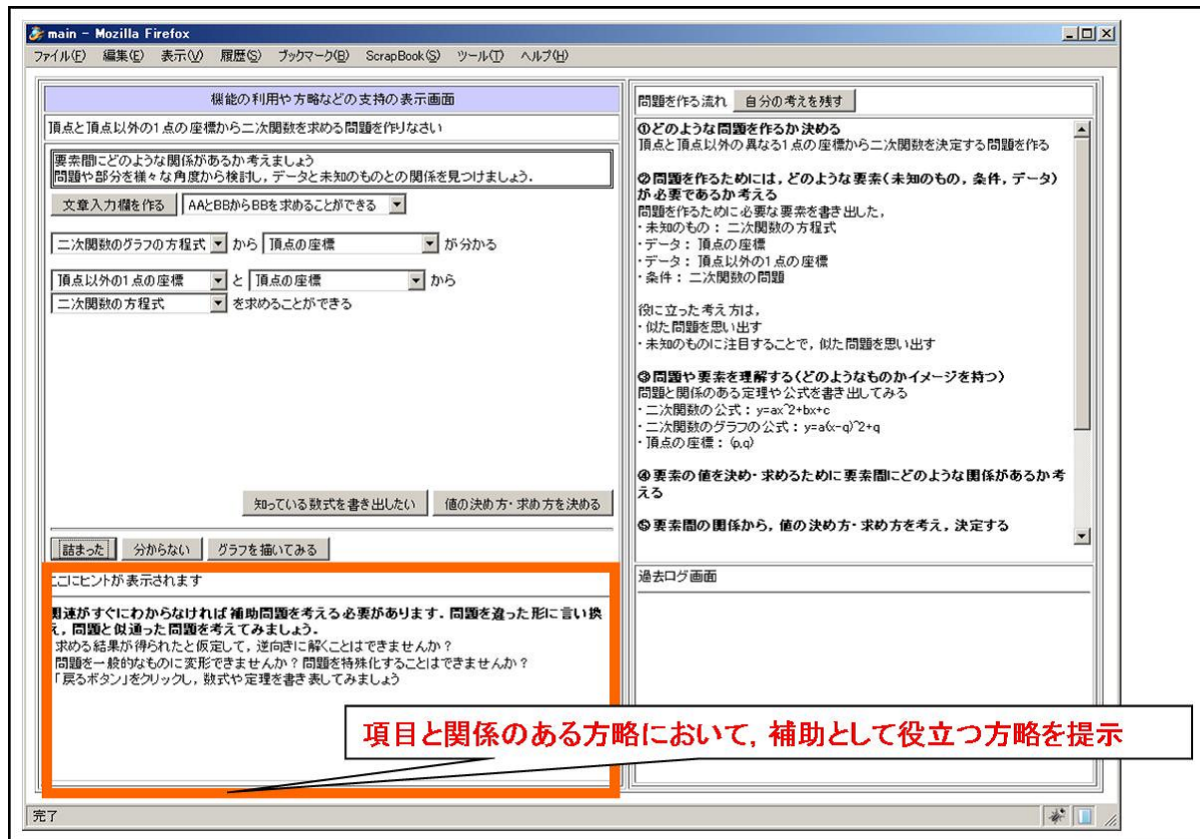


図 5.5 補助的な方略の提示画面

5.3.2 作業ログの提示

試作システムでは、学習者からの入力と入力を行った作問学習モデルの項目、ヒントを提示した場合はヒントの基になった一般的な方略を作業ログ画面に蓄積する。作業ログは、学習者自身が考えてきたことや、判断し書き出したことなどを可視化していることになる。これにより、学習者のリフレクションを支援することができ、メタ認知の活性化を支援することができる。また、試作システムでは、学習者が作問学習の学習活動で考えたことや役に立った考え方、気づいたことなどを“自分の考えを残す”ボタンを選択することで入力できる。作業ログ画面の例を図 5.8 に示す。

5.3 支援機能

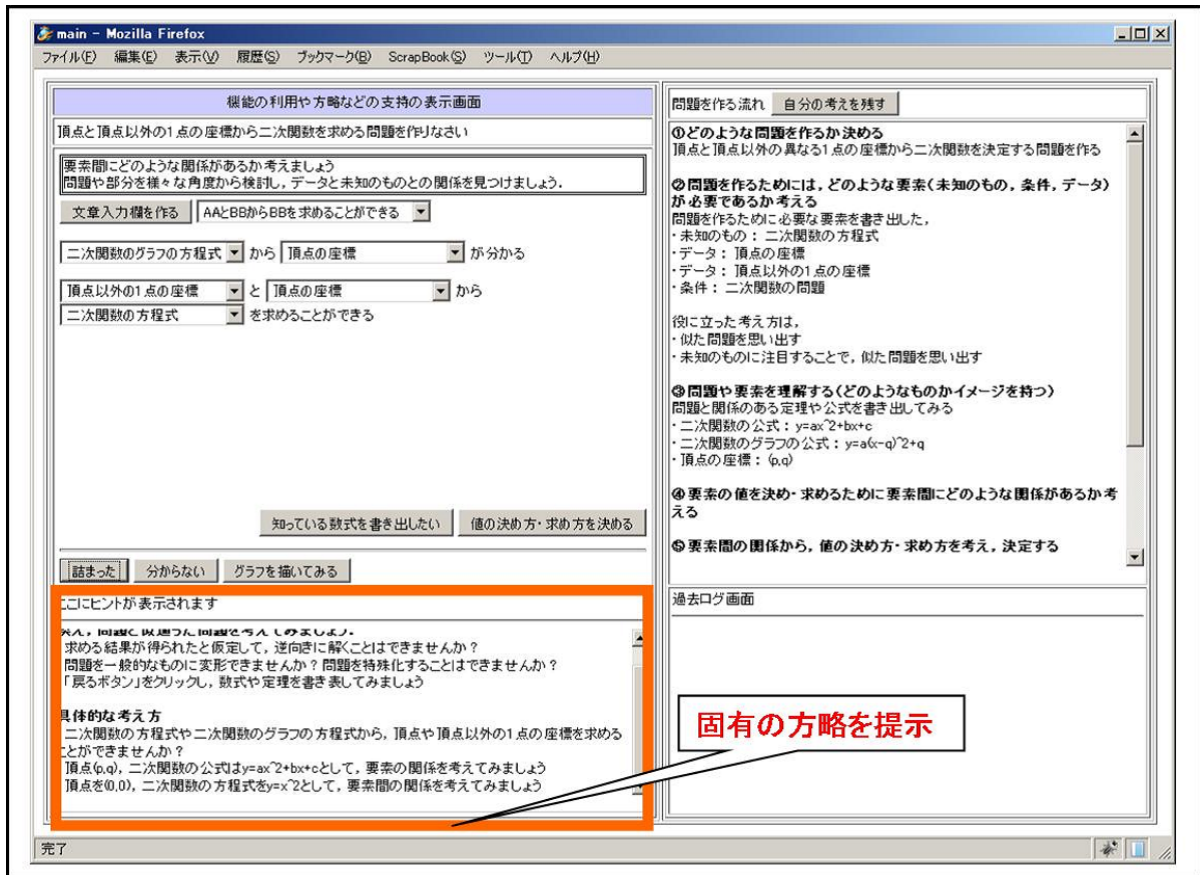


図 5.6 領域固有の方略の提示画面

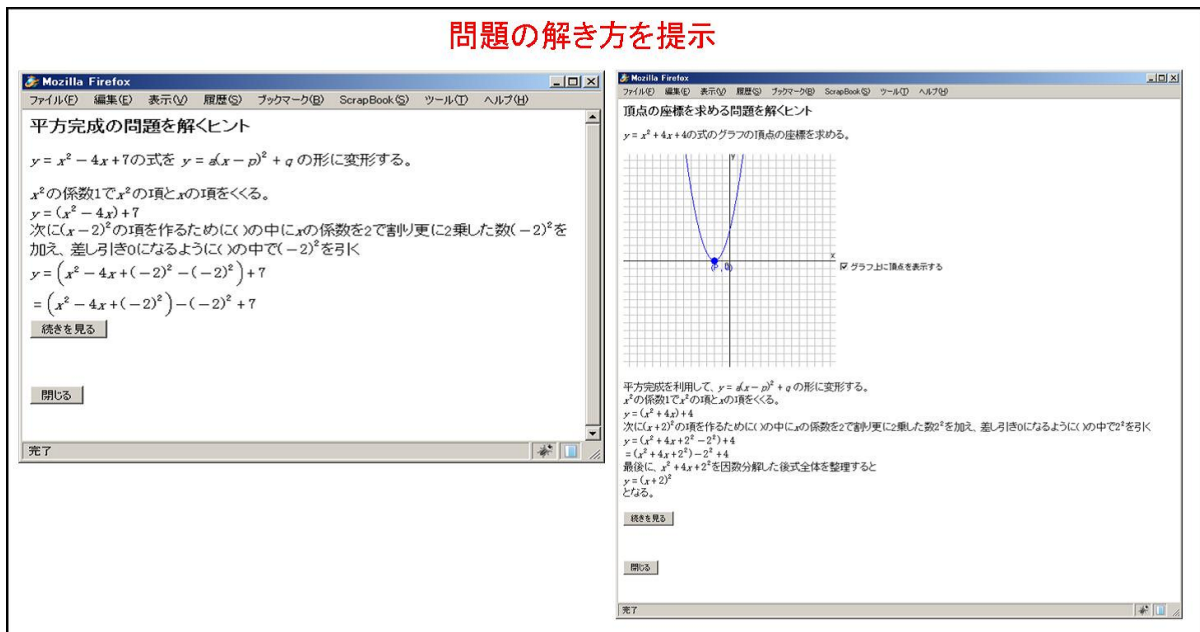


図 5.7 問題の解き方の提示画面

5.3 支援機能

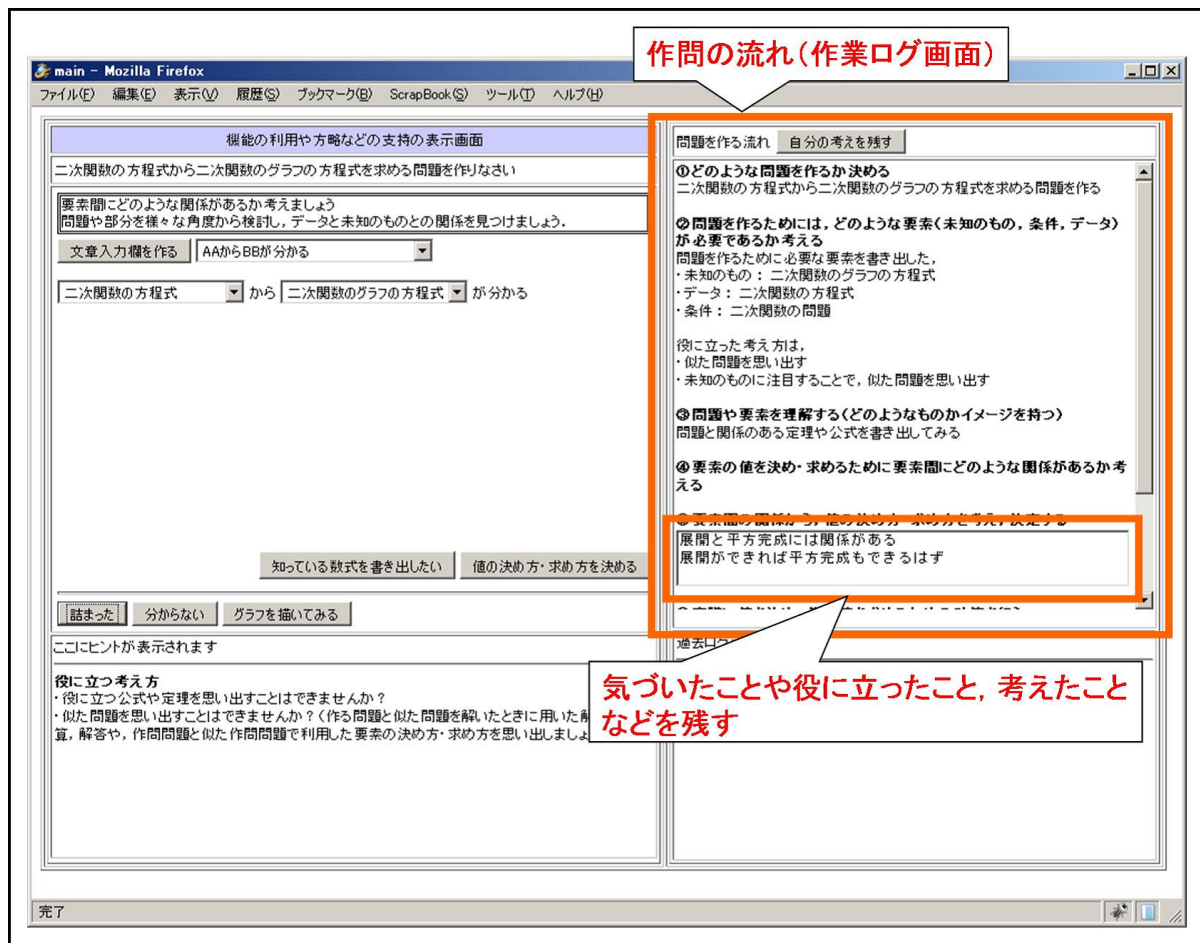


図 5.8 作業ログ画面

5.3.3 他の作問問題への誘導

試作システムでは、作問学習で問題に詰まった・分からない場合や、問題を作り終えた場合に新しい作問問題を推薦する。学習者が詰まった・分からない場合、入力を行っている作問学習モデルの項目が、問題の変形や部分・補助問題を考える一般的な方略であれば作問問題を推薦する。推薦される作問問題は、問題の変形や部分問題として、解法や要素が同様なものや、作ろうとしている問題の一部であるものや解法の一部となるものを推薦する。これにより、学習者は問題の変形や部分・補助問題に関する一般的な方略を自然に行い、このような方略の有効性を理解できると考えた。

問題を作り終えた場合では、作成した問題に用いた解法が解法の一部として利用できるな

5.3 支援機能

ど作った問題の応用問題となる作問問題を誘導する．これにより，問題の解決方法を考える場合に，部分問題を考えることが有効だといった方略を意識しやすくなることが期待できる．また，関係のある作問問題を次々と推薦することで，作問学習を促し学習者は多くの関係性のある問題を作る中で，効果的に領域固有の知識を再構成や有効な方略を学ぶことが期待できる．作問問題の推薦を行う画面を図 5.9 に示す．

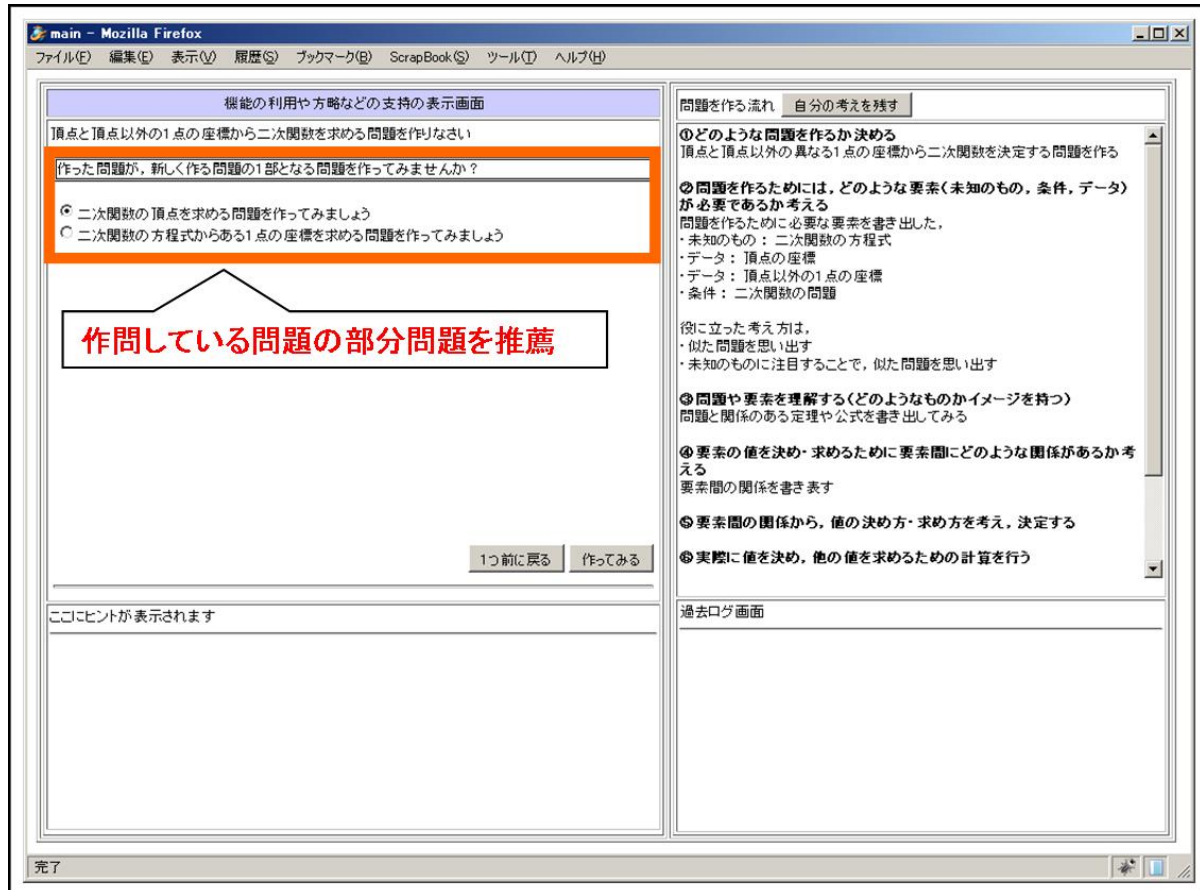


図 5.9 作問問題の推薦画面

5.3.4 適応的なインタフェース

作問学習における適応的なインタフェースとして，学習者が必要とするグラフなどを書き出せる，グラフなどを用いて具体的な値を入力することで作問ができる，典型的なグラフなどを表示できる，問題解決の例を表示できる機能が必要である．これにより，学習者は作問

5.3 支援機能

学習において必要な学習活動を行い、適切な支援を受けることができる。学習者の状態として、問題の理解やイメージを持つ場合、グラフを用いて値を入力する場合、解答に詰まった、解説が必要な場合を想定する。典型的なグラフや表として、高校数学の教科書を参考において、その問題に関する説明に使われているものを用いる。問題の解き方のヒントとして、問題に応じて計算過程や典型的なグラフなどの表示を行う。ヒントは学習者の要求に応じて段階的に表示していく。適応的なインタフェースの例として、定義域と二次関数から最大値・最小値を求める問題と、二次関数から頂点を求める問題において提示される図を図 5.10 に示す。

5.3 支援機能

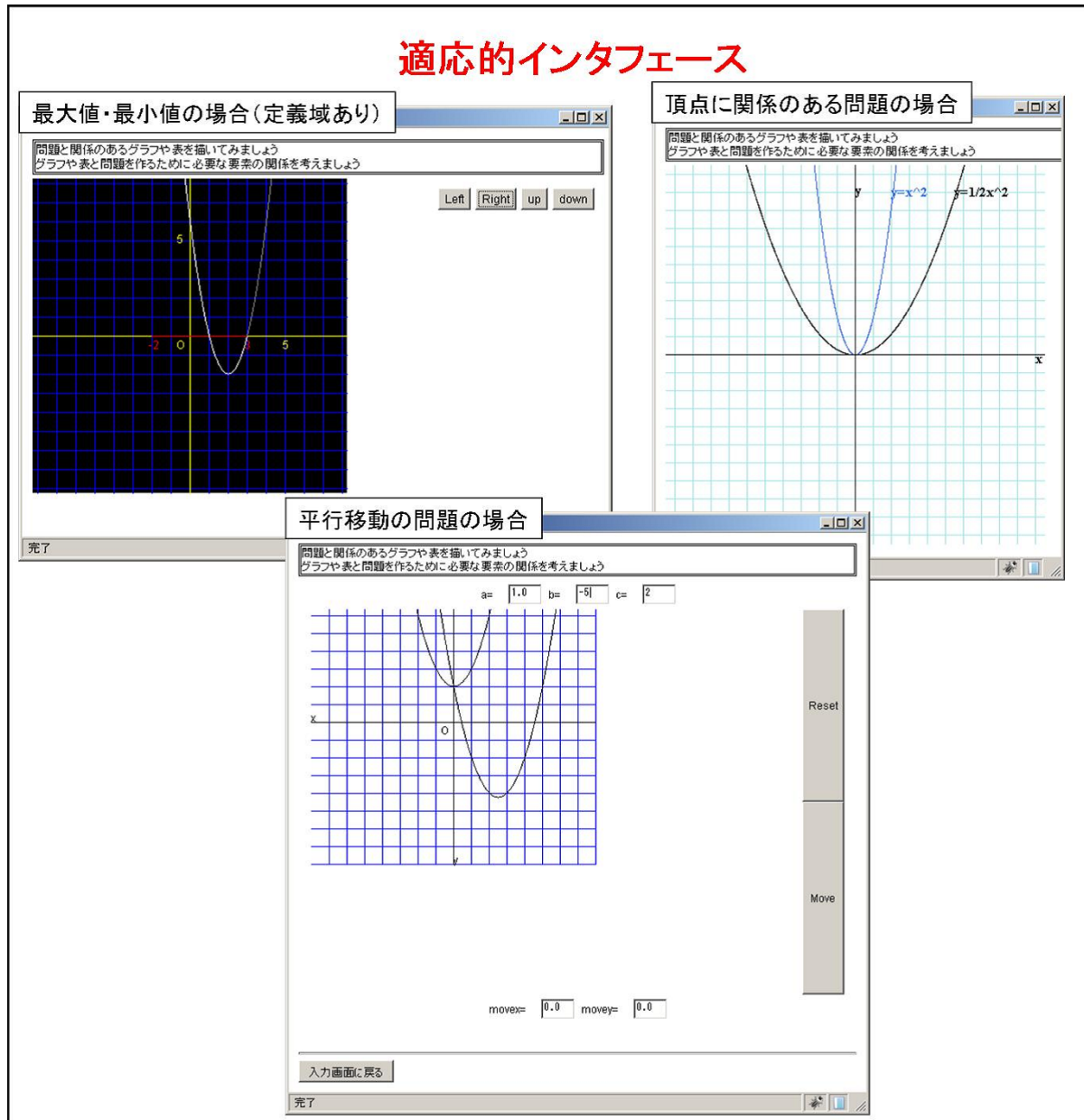


図 5.10 適応的なインタフェース画面

第 6 章

評価

提案した作問学習モデルや試作システムの有効性を評価するために，高等学校教員 3 名の協力を得てシステムのデモンストレーションおよびアンケートによる評価を行った．本章ではその評価について述べる．

6.1 評価の目的と概要

本研究では，メタ認知能力の向上を目的として，一般的な方略と作問学習に密接な関係があることに着目し，作問学習の学習活動に応じて一般的な方略を基にヒントの生成・提示を行う支援を提案した．また，支援を行うために，作問学習の学習活動を調査し，調査結果を体系化することで作問学習モデルを作成した．さらに，作問学習モデルと一般的な方略を比較し，関係を明らかにした．本研究の評価として，提案した作問学習モデルが作問学習の学習活動として適切なモデルか，調査結果から検討した作問学習の特徴は適切か，提案したメタ認知能力の向上を促す支援は有効かなどを評価する必要がある．これらを実行するために，高知県立伊野商業高等学校の数学教員 3 名を対象として，本研究の説明，試作システムのデモンストレーション，アンケート調査を行った．評価目的を下記の項目に示す．

- 作問学習を行うために，必須な学習活動の項目は備わっているか
- 各段階に適切に学習活動を分類できているか
- 推薦，作業ログ機能は問題の繋がりを意識させられるか
- 仮定した作問学習の特徴は正しいか
- 適応的なインタフェースとして用いたグラフは十分か

6.2 アンケートと結果

アンケートの内容と結果を下記に示す。

- 作問学習を行うために、必須な学習活動の項目は備わっていますか？

備わっている	大体備わっている	足りない部分がある	足りない
0	2	1	0

- 作問学習と一般的な方略との関係について、どのように思われますか？

密接な関係がある	少し関係がある	あまり関係が無い	関係が無い
2	1	0	0

- 作問問題を推薦，作業ログを提示することで，問題の繋がりや詰まった場合の対応を，自然に意識できるようになると思えますか？

思う	少し思う	あまり思わない	思わない
0	2	1	0

- 作問学習では，自然に方略と同じ学習活動が行われていると思えますか？

思う	少し思う	あまり思わない	思わない
3	0	0	0

- 本研究ではでは作問学習の特徴として，図や表，グラフなどを用いた問題を理解する活動に重点がおかれていると考えました．作問学習の特徴をどのように持たれていますか？

同様	意識していない
3	0

- 問題によって教科書を基に，図やグラフ，表を切り替えましたが，問題を理解するためなどに十分なものでしたか？

6.2 アンケートと結果

十分	少し足りない	足りない	判断できない
0	2	0	1

提案した作問学習モデルや追加機能などの意見・感想を下記に示す。

- 繋がりのある問題を推薦することはよいと思います。例えば、生徒は A B C の 3 ステップを踏まないといけないとき、A C を考えようとして、B というステップが必要なことに気づかないことが多いので、作問学習モデルの 11, 15, 16 を手厚く考えさせるとよいと思います
- 作業をもう少し簡単にしないと、実用するのは大変そう。二次関数における授業の中で、二次関数がどうして放物線となるのかを指導すること（分からせること）が大変。数式と表などで、値の変化を見せ、 x 軸に 1, y 軸に 1 の座標を通るという手順を説明しながら、方程式が取りうる座標をつなげていくことで、二次関数をイメージさせる
- 次に有効となる問題を生徒が選択することは難しい。学習者が何を理解できていないのか判断して、それを学べるような推薦が必要。
- 問題と関係のある知識を考え、書き出した後などで、不要な情報まで取り扱おうとして、混乱する学習者もいるはず。
- 学習者が解法を決めた際に、解けるけれど他の方法もあると表示することで、そこで 1 回考えるきっかけを与え、他の方法があるのか？考えさせるようにすることが有効だと思う
- 問題の種類を考慮した属性の追加を検討する必要がある。グラフを重視する問題だけではなく、数式を重視する問題もある。
- 作問学習では逆から解くことが多い。逆から解くことで、様々な方向から問題を考え、問題を考える必要性和持たせることができる。
- 動的にグラフを動かせるような機能がほしい

6.3 考察

評価の結果，高校数学の二次関数における作問学習の学習活動として，適切なモデルが作成できていたことを確認できた．しかしながら，問題によってグラフや数式の項目の属性が変化するという意見を頂き，問題の種類を考慮し項目の属性を再度検討する必要があることも分かった．

本研究において作問学習の特徴として考えた，作問学習の学習活動と一般的な方略には密接な関係があり，作問学習の学習活動として一般的な方略が自然に行われるという特徴が正しいと分かった．作問学習に対する意見として，「逆から解くことを学習者が考えることができる」といった意見が多く，作問学習を行うことで，学習者が問題解決において必要な方略や知識，問題の関係などを考える習慣を身につけることができると期待されていることが分かった．作問学習を通して，学習者が逆から解くことを自然に行うと考えられており，学習者が問題解決を行う際に，問題解決に必要な方略や知識を考える能力や習慣を高めることができると期待されていることが分かった．この結果から，作問学習は効果的に一般的な方略の習得や知識や方略の再構成ができ，メタ認知能力を向上させるための有効な方法だといえる．

本研究で検討した，メタ認知能力を向上させるための支援である推薦機能と作業・過去ログ機能は，問題の繋がりを意識させられることを促す支援として有効だと分かった．また，基礎問題から応用問題といった推薦だけではなく，応用問題と関係のある基礎問題を考え選択させる推薦方法や，学習者の学力に応じた推薦方法が有効との意見を頂いた．このため，学習者の学習履歴や問題解決能力に応じて推薦する問題を変更するなど，より一般的な方略を意識でき問題の繋がりを理解できるような推薦方法を検討し，追加する必要がある．

最後に，追加機能の要望として不要な情報の排除機能や動的なグラフを提示・利用できる機能の要望があった．作問学習の特徴として，学習者が問題と関係のある知識をグラフや図，数式として書きだすと考えられており，問題に不要な知識は作問を行う上で，学習者を迷わせる原因となると考えられていた．このため，学習者が書き出した作問に不要な知識を自動

6.3 考察

的に排除する機能を検討し，追加の必要がある．また，作成したシステムでは，数式の入力などを数式入力画面で行うことや，自身の考えを書き出す方法として，文章構成を選択することが作問学習を行うための方法として十分ではないという指摘を受けた．今後，作問学習を行う上で，どのような入力が必要か再度調査を行い，効率的に作問学習支援システムを利用でき，学習を行えるようにする必要がある．さらに，適応的なインタフェースとして，教科書を参考にしたグラフを提示する機能だけではなく，動的にグラフの作成や平行移動などを見せることができる機能が必要だという意見を頂いた．これは，情報機器を用いる利点が見せることができることだと考えられており，動的なグラフを見せることで学習者の問題への理解を促すことができると考えられていることが分かった．このため，適応的なインタフェースにおける問題の理解やイメージを行う場合のヒント，解答の解説などに動的なグラフなどを利用できる機能を検討し，追加する必要がある．また，問題の理解やイメージ，数値の入力を行う場合において， x 座標 y 座標を決めることでグラフが作成されていく機能や，方程式の表を作ることで自動的に座標が追加され，グラフが描かれていくといった，学習者がグラフなどを描くための機能を検討し，追加する必要がある．

第 7 章

おわりに

本研究では、学習者のメタ認知能力を向上させるために、作問学習において詰まった場合や解答が間違っていた場合などに、学習活動の状況に応じた一般的な方略を基にヒントを生成・提示する支援を提案した。また、このような支援を行うために、作問学習の学習活動を調査し、その結果を体系化することで作問学習モデル作成・提案した。さらに、作問学習モデルと問題解決モデルの類似性に着目して、作問学習モデルと問題解決方略の関係を明らかにした。これらの結果を基に、高校数学の二次関数を対象とした作問学習において、学習者の状況に応じて一般的な方略を基にしたヒントを生成・提示する支援システムを試作した。

提案した作問学習モデルが作問学習を行うために、必須な学習活動の項目は備わっているのか、メタ認知能力の向上を促す支援の向上有効性についての評価を高等学校教員 3 名に行った。その結果、作問学習の学習活動として、適切なモデルが作成できていたことが分かった。また、作問学習の特徴として一般的な方略を意識しやすいことやグラフなどを用いた活動が積極的に行われることが正しいと分かった。さらに、問題の推薦や作業ログ機能は、学習者が問題の繋がりを意識することを促す支援として有効だと分かった。しかしながら、作問学習モデルにおいて、問題の種類を考慮し属性を再度検討する必要があることや、学習者の学力に応じた問題推薦などの推薦方法の追加が必要なことが分かった。

今後の展望として、評価の結果を踏まえて、提案した作問学習モデルの提案したモデルの再検討、改良を行う。追加機能として学習者の学力に応じた問題推薦などの推薦方法の追加や、適応的なインタフェースにおいて、動的なグラフや図の追加を検討し、追加する。また、成績を蓄積することで、学習者の能力に応じて支援を変化させる folding/scaffolding の機能を導入する。さらに、高校数学全体を対象としたモデルの作成を行い、他の単元との関係

を考慮した問題の推薦などを検討し，追加する．

謝辞

本研究の全般に関し、多大なるご指導、適切な助言を頂いた高知工科大学情報システム工学科妻鳥貴彦講師に心よりお礼申し上げます。

本論文および本研究において数々のご助言、ご指導いただいた高知工科大学情報システム工学科篠森敬三教授に心から感謝いたします。同様に、本論文および本研究において数々のご助言、ご指導いただいた高知工科大学情報システム工学科福本昌弘教授に心から感謝いたします。

本研究における評価において多大な支援を頂いた、高知県立伊野商業高等学校 西山太彩氏に心から感謝いたします。また、お忙しい中評価に参加しご助言、ご指導いただきました高知県立伊野商業高等学校の先生方に心から感謝いたします。

本研究に多大なご協力を頂いた、本研究室修士2年 畠山博和氏、修士1年森拓也氏、学部3年小松原健氏に心から感謝します。本研究室修士2年福田将行氏、山崎雄大氏、修士1年清水雅也氏、学部4年生中澤大樹氏、濱野純平氏、細川恭平氏、前田晃宏氏、松井勇貴氏、松本直樹氏、学部3年生、香西佑紀氏、池上裕貴氏、岡崎雄太氏、金子淳史氏、中山陽介氏、には本研究においてご協力、助言を頂き感謝します。最後に大学生活6年間の全てを支えてくださった祖父、祖母、父、母に心から感謝します。また、ここまで私を育ててくれた岡山・高知の大地と桃に感謝します。

参考文献

- [1] 辰野千壽，“学習方略の心理学”，図書文化社，1997
- [2] 文部科学省，“中学校学習指導要領”，http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/youryou/chu/index.htm
- [3] 文部科学省，“高等学校学習指導要領”，http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/youryou/kou/kou.pdf
- [4] 川島 真一郎，メタ認知能力の向上を指向した高校数学における問題解決方略の体系化，高知工科大学 平成 19 年度 修士学位論文
- [5] 西川 貴仁，高校数学の二次関数を対象とした作問学習支援システムの構築，高知工科大学 平成 20 年度 学士学位論文
- [6] G. ポリア（垣内賢信訳），“いかにして問題をとくか”，丸善株式会社，1975
- [7] “教育工学事典 日本教育工学会編”，実教出版，2000
- [8] 平嶋 宗，“メタ認知の活性化支援”，人工知能学会誌 21 巻 1 号，2006
- [9] 平嶋 宗，“メタ認知活動活性化のためのインタラクション Kit-Build 方式による Agent-Assessment 実現の試み”，2009 年度中国支部大会プログラム講演集 pp.41-44，2009
- [10] 平嶋 宗，“作問学習のモデル化”，2009 年度 人工知能学会全国大会（第 23 回），2009
- [11] 中野 明，“「問題を作ることによる学習」の知的支援環境に関する研究”，九州工業大学博士学位論文，2004

付録 A

調査に用いた問題文

下記の問題を作ってください

- 二次関数を $y=ax^2+bx+c$ から $y=a(x-p)^2+q$ を求める問題を作りなさい
 - 二次関数の方程式から頂点の座標を求める問題を作りなさい
 - 二次関数から最大値・最小値を求める問題を作りなさい
 - 定義域を指定しない問題
 - 定義域を指定する問題
 - 二次関数からグラフとx軸の共有点を求める問題を作りなさい
 - 二次関数のグラフの平行移動に関する問題を作りなさい
 - 2つの二次関数を与え、片方の二次関数をどれだけ平行移動すれば他方の二次関数となるか求める問題
 - 二次関数がx, y軸方向に平行移動する距離を指定し、平行移動後の二次関数を求める問題
-
- 注意書き
 - どのような方法を用いて問題を作って構いません
 - 最大値・最小値と平行移動に関する問題は2つの種類を作ってください
 - 余力があれば、複数問題を作ってみてください
 - 分からないことは担当者に相談してください

付録 B

調査の聞き取り調査の結果の例

表 B.1: 作問学習モデルと問題解決方略

何を考えたのか	どう判断したのか	書き出したもの・決めたこと	何を思い出したのか
被験者 1, 頂点と頂点と異なる 1 点の座標から二次関数を求める問題を作れ			
どういう形の問題を作ればよいか考える 問題文となるもの考える (思い浮かべる)	似た問題のケースから作るべき問題が何かはつきりさせる	問題を作るためにはどのようなものが必要だろうか, 書き出す (文章)	与えられた情報から似た問題
書き出した情報を自分で決めなければならぬ	頂点と 1 点がわかっているならば二次関数を求められることは知っているが, 適当な値を決めた場合, 二次関数として成り立つかどうか分からない	書き出した情報を数式で書き出して, 条件などを考えやすいようにする 前から順番に書き出そう	なんとなくだめだった気がする
頂点はどのような形で表されるか考える	頂点に分かる形は二次関数のグラフの公式で表せるはず	二次関数のグラフの公式を書き出し, 頂点を変数を用いて書き出す	二次関数のグラフの公式
グラフの公式は, 二次関数と頂点 2 つが表されている	二次関数の方程式から座標は求めることができる	二次関数のグラフの公式の値を決めれば, 頂点と座標の値を求めることができるはず	
2 つの問題の作り方どちらで求めようか	二次関数から頂点や座標を出すほうが, 頂点と座標から二次関数を決めるより簡単そう 方程式を適当にきめても, 座標の値は求められるはず	a, p, q に適当な値を代入し, グラフの方程式と頂点を書き出す	連立方程式と展開を利用した問題を思い出す

表 B.1: 作問学習モデルと問題解決方略

何を考えたのか	どう判断したのか	書き出したもの・決めたこと	何を思い出したのか
残りの値をもとめる	方程式に x 座標を代入すれば, y 座標が出せる	頂点とならない適当な値を方程式に代入し, y 軸の値を求め, 書き出す	座標の計算方法 方程式の計算方法
問題を作成する		作問問題と似た問題を基に, 問題文を書き出す	
被験者 1, 異なる 3 点の座標から二次関数を求める問題を作れ			
どういう形の問題を作ればよいか考える 問題文となるものを考える (思い浮かべる)	似た問題のケースから作るべき問題が何かはつきりさせる	問題を作るためにはどのようなものが必要だろうか, 書き出す (文章 + 変数 P, Q, R)	与えられた情報から似た問題
前と同じく方程式を決める方法が使えないか	方程式から座標は求められるので使えるはず	前と同じく, 方程式を決め, 座標を求めよう	二次関数の定理? 二次関数は何が決められるか
二次関数はどう表せるか	二次関数は 2 種類ある	二次関数の公式とグラフの公式を書き出す	二次関数の公式, グラフの公式
どちらの公式を使うか	二次関数の公式の法が, 展開する必要が無いから簡単そう 適当な値を代入しても, 座標は求められるはず	a, b, c に適当な値を代入し, 二次関数の方程式を書き出す	展開の方法
残りの値をもとめる	前回と同じく方程式に x 座標を代入すれば, y 座標が出せる	頂点とかぶらない 3 つの適当な値を方程式に代入し, y 軸の値を求め, 書き出す	座標の計算方法 方程式の計算方法
問題を作成する		作問問題と似た問題を基に, 問題文を書き出す	
被験者 1, 軸と異なる 2 点の座標から二次関数を求める問題を作れ			
どういう形の問題を作ればよいか考える 問題文となるものを考える (思い浮かべる)	軸が分からない (一度停止) 藤原より, 図の提示 (頂点を通る, y 軸と並行な直線)	軸の定理を思い出す 問題を作るためにはどのようなものが必要だろうか, 書き出す (文章 + 変数 $A, B, x =$)	軸の定理, 軸 = 頂点の x 座標 軸が意識しづらいので変数で書き出す

表 B.1: 作問学習モデルと問題解決方略

何を考えたのか	どう判断したのか	書き出したもの・決めたこと	何を思い出したのか
前と同じく方程式を決める方法が使えないか	グラフ方程式から軸が分かるはず 座標は方程式を計算すれば求められるので使えるはず	前と同じく, 方程式を決め, 座標を求めよう	二次関数の定理? 二次関数は何が決められるか
二次関数はどう表せるか	二次関数は 2 種類ある	二次関数の公式とグラフの公式を書き出す	二次関数の公式, グラフの公式
どのようにして値を決めるか	グラフの公式を決めれば, x 軸も決まるはず 適当な値を代入しても, 座標は求められるはず	a, p, q に適当な値を代入し, グラフの方程式と軸の方程式を書き出す	
残りの値をもとめる	前回と同じく方程式に x 座標を代入すれば, y 座標が出せる	頂点とかぶらない 2 つの適当な値を方程式に代入し, y 軸の値を求め, 書き出す	座標の計算方法 方程式の計算方法
問題を作成する		作問問題と似た問題を基に, 問題文を書き出す	
被験者 1, 異なる 3 点の座標から二次関数を求める問題を作れ			
二次関数を求めるとは ということなのか	役に立つ公式を書き出す	二次関数のグラフの公式を思い出し, 書き出す	二次関数のグラフの公式
グラフを書いた方が分かりやすい	グラフを描いておくことで, 考えやすくなるかも	二次関数の曖昧なグラフを書く	二次関数のグラフ
問題を作るために何を決めれば良いか	公式から座標が計算することができる 3 点の座標から方程式を求めることができる 方程式を決め, その後 3 点を求める	二次関数の方程式から座標を求めることができることと, 3 点を決め方程式を求める方法と方程式を決め, 3 点を求める方法を思い出す 3 点から方程式を求める方法もあるが, 直ぐには思い出せない 方程式から 3 点を求める方が簡単に求めることができそう	3 点から方程式を求める問題 (曖昧) 方程式と座標の関係 (計算方法)
適当な二次関数を作る	適当な値でも, 特に問題は無いはず	適当に値を決め, 方程式を書き出す	二次関数のグラフの公式の意味

表 B.1: 作問学習モデルと問題解決方略

何を考えたのか	どう判断したのか	書き出したもの・決めたこと	何を思い出したのか
グラフに頂点を書き出しておこう	分かるものをグラフへ入れておく	方程式から，頂点の値を求め，グラフへ入れる	
3点の座標を求める	x 座標を頂点以外から適当に代入する	x に頂点から近い値や 0 を代入し，計算する	二次関数の方程式を計算した経験
グラフに 3 点を書き出しておこう	分かるものをグラフへ入れておく	3 点の値をグラフへ入れる	
問題文の形にすれば完成	問題文を書き出す	作問問題を基に，問題文を書き出す	
被験者 1，頂点と頂点と異なる 1 点の座標から二次関数を求める問題を作れ			
二次関数を求めるとはどのようなことなのか	役に立つ公式を書き出す	前の問題で書き出した二次関数の公式を確認する	二次関数のグラフの公式
グラフを書いた方が分かりやすい	グラフを描いておくことで，考えやすくなるかも	二次関数の曖昧なグラフを書く	二次関数のグラフ
前回の方法は使えるか	頂点と座標は二次関数の方程式から求めることができる 前回と同じ方法で求めることができるはず	前回と同じ方法で頂点と 1 点を求める	二次関数から頂点，座標が求められる
頂点を決めよう	頂点はグラフの方程式の一部であり決めるべき値なので，適当に値を決める	適当な値を頂点として決め，数値を書き出す	
グラフに頂点を書き出しておこう	分かるものをグラフへ入れておく	グラフへ頂点の値を入れる	
方程式を決めよう	方程式から 1 点は求めることができるため，適当に値を決める	前とは違った傾きの値を決め，方程式を書き出す	
1 点を方程式から求めよう	前回と同じ理由で適当な値でよいはず	前とは違った x 値を用いて座標を計算する	
グラフに 1 点を書き出しておこう	分かるものをグラフへ入れておく	1 点の値をグラフへ入れる	
問題文の形にすれば完成		作問問題を基に，問題文を書き出す	
被験者 1，軸と異なる 2 点の座標から二次関数を求める問題を作れ			

表 B.1: 作問学習モデルと問題解決方略

何を考えたのか	どう判断したのか	書き出したもの・決めたこと	何を思い出したのか
二次関数を求めるとは どういうことなのか	役に立つ公式を書き出す	前の問題で書き出した二次 関数の公式を確認する	二次関数のグラフの公式
グラフを書いた方が分 かりやすい	問題を把握しやすくして おくことで、検討しやす くなるのではないかと	二次関数のグラフを書く	二次関数のグラフ
前回の方法は使えるか	軸と方程式の関係が分か らない(一時停止) 藤原 より、図の提示(頂点を通 る, y 軸と並行な直線)	二次関数と軸の関係を思い 出す, 頂点の x 座標が軸 軸 は方程式から求めることが できるため, 座標と同じく 方程式を決めた後で求める 前回と同じ方法を使うこと ができる	軸の定理
方程式を決めよう	前回と同じ理由で適当な 値でよいはず	前とは違った値を決め, 方程 式を書き出す	
グラフに頂点と軸書き 出しておこう	分かるものをグラフへ入 れておく	グラフへ頂点と軸の値を入 れる	
2 点を方程式から求め よう	前回と同じ理由で適当な 値でよいはず	前とは違った x 値を用いて 座標を計算する	
問題文の形にすれば完 成		作問問題を基に, 問題文を 書き出す	