

平成 21 年度  
学士学位論文

高校数学の二次関数を対象とした作問学習  
における適応的なインタフェースの研究

Study of Adaptive Interface for Problem Posing  
Learning in Quadratic Function of High School  
Mathematics

1100344 細川 恭平

指導教員 妻鳥 貴彦

2010 年 3 月 1 日

高知工科大学 情報システム工学科

## 要 旨

# 高校数学の二次関数を対象とした作問学習における適応的なインタフェースの研究

細川 恭平

学習者の知識を定着させる学習方法の1つに作問学習がある。作問学習とは、学習者が自らの知識を活用して問題を作成する学習のことである。学習者自身が問題を作成することで既習内容を再検討でき、理解不足の部分の発見、解法に対する理解の促進などの効果がある。しかし、作問学習は、学習者は問題の成立・不成立の判断ができないこと、そして学習者が問題の正誤判断ができないという問題点がある。先行研究では、これらの問題点に重点を置き、作問学習を自主学習に取り入れやすくするための支援を行った。しかし、作問学習の実施における問題点に着目していたため、学習者の状況に合わせた支援が十分ではなかった。

本研究では、問題の種類や学習者の状況に応じた支援を行うために、グラフや問題のヒントを表示するインタフェースを構築する。作問学習を行う問題の種類として、二次関数の問題を対象とする。また、学習者の状況として、問題の理解を促す場合、問題のイメージを持つ場合、グラフを用いて値を入力する場合、問題に詰まったときに解説が必要な場合の4つの場合を対象とする。これらの4つの状況に対する支援として、問題の理解や問題のイメージを高め、解答に詰まったときに解説を表示、グラフを用いて値を決定できるようにする。さらに学習者の状況に合ったグラフの表示やヒントとして問題の計算過程の表示を行う。最後に適応的なインタフェースの有効性を確認するために評価を行った。その結果、適応的なインタフェースとして、学習者の状況に合ったグラフの表示ができていたことを確認した。

キーワード 作問学習, 二次関数, 学習者の状況

## Abstract

# Study of Adaptive Interface for Problem Posing Learning in Quadratic Function of High School Mathematics

Kyouhei HOSOKAWA

Problem posing learning is one of effective learning methods to learn mathematics and arithmetic. Problem posing is a promising method to promote students to deeply comprehend their own problem solving, solution methods or the problem itself. However, in problem posing learning, students can not assess problem of correct or incorrect. It is difficult for students to assess their posed problems. Consequently, in previous study, we developed problem posing support system which assess students posed problem automatically. However, in the study, we did not regard adaptive supports according to students and learning process.

In this study, we proposed and developed adaptive interface for problem posing learning. We investigate learning activities of problem posing learning. As learning activities assume understanding of problem, imaging problem, inputting value by graph and advising students who can not solve problem. As a result, we define learning activities. The interface displays hints and graphs according to learning activities. We evaluated whether the adaptive interface was effectiveness. As a result, we confirmed that the adaptive interface can display suitable hints and graphs according to learning activities.

**key words**    Problem Posing Learning , Quadratic Function , Learning Activities

# 目次

第1章	はじめに	1
第2章	研究の背景と目的	2
2.1	研究の背景	2
2.1.1	作問学習	2
2.1.2	作問学習の効果	3
2.1.3	作問学習の問題点	3
2.2	メタ認知能力の向上	4
2.3	先行研究	5
2.4	研究の目的	6
第3章	作問学習の学習活動の調査	8
3.1	作問学習の学習活動の調査	8
3.1.1	調査の目的	8
3.1.2	調査の概要	8
3.1.3	調査の結果	9
第4章	二次関数の問題を対象とした作問学習の支援	11
4.1	対象とする二次関数の問題	11
4.2	学習者の状況	12
4.2.1	問題の理解を促す場合	12
4.2.2	問題のイメージを持つ場合	12
4.2.3	値の適用範囲を決める場合	13
4.2.4	問題に詰まったときに解説が必要な場合	13
4.2.5	作問学習の実践例	13

## 目次

4.3	支援方法 . . . . .	14
4.3.1	典型的なグラフを表示する支援 . . . . .	14
4.3.2	グラフを用いて値を決める支援 . . . . .	15
4.3.3	ヒントを表示する支援 . . . . .	15
<b>第 5 章</b>	<b>インタフェースの設計</b>	<b>16</b>
5.1	典型的なグラフを表示する機能 . . . . .	16
5.2	グラフを用いた値の入力機能 . . . . .	17
5.3	ヒントを表示する機能 . . . . .	17
<b>第 6 章</b>	<b>インタフェースの実装</b>	<b>18</b>
6.1	システムの概要 . . . . .	18
6.2	インタフェースの画面 . . . . .	20
<b>第 7 章</b>	<b>評価</b>	<b>24</b>
7.1	評価の目的と概要 . . . . .	24
7.2	評価項目 . . . . .	24
7.3	評価結果の考察 . . . . .	25
<b>第 8 章</b>	<b>おわりに</b>	<b>27</b>
	<b>謝辞</b>	<b>29</b>
	<b>参考文献</b>	<b>30</b>

# 目次

4.1	作問学習の実践例 . . . . .	14
6.1	システムの構成図 . . . . .	18
6.2	二次関数の作問を行うシステム . . . . .	19
6.3	頂点座標に関係のあるグラフ . . . . .	20
6.4	最大値・最小値を求める問題のグラフ . . . . .	21
6.5	共有点を求める問題のグラフ . . . . .	21
6.6	平行移動を求める問題のグラフ . . . . .	22
6.7	二次関数の決定を求める問題のグラフ . . . . .	22
6.8	解き方のヒント . . . . .	23
6.9	グラフを用いた値の入力 . . . . .	23

# 表目次

7.1 アンケート結果 . . . . .	24
7.2 アンケート結果 . . . . .	25

# 第 1 章

## はじめに

学習者の知識を定着させる学習方法の 1 つに作問学習がある。作問学習は、問題に対して解法の理解が促進できる効果と、その問題に対する深い理解を促す効果が期待できる。しかし、作問学習を自主学習に取り入れるとき、学習者が問題の成立・不成立の判断ができないことや問題の正誤判断ができないという問題点がある。先行研究では、学習者が問題の成立・不成立の判断ができないことや学習者が問題の正誤判断ができないといった問題点に着目し、作問学習を自主学習に取り入れやすくするための支援が行われている。しかし、作問学習の実施に着目していたため、学習者の状況に応じた支援が十分ではなかった。

本研究では、問題の種類や学習者の状況に応じた支援を行うために適応的なインタフェースを構築する。学習者の状況に応じた支援をするためには、どのような学習者の状況があるか調べる必要がある。そこで、作問学習の学習活動を調査として、二次関数の問題を対象とし大学生・大学院生に作問学習を行ってもらった。その結果、学習者は問題の理解を促す、問題のイメージを持つ、値の適用範囲を決めるといった状況があり、学習者はグラフや数式を書き出し作問学習を行っていた。また、学習者が問題に詰まったとき、教師は授業の指導方法として、グラフを用いて問題の解説を行っている。このことから、学習者の状況に応じてグラフや表を表示する支援が必要ということが分かり、学習者の状況において問題の理解や問題のイメージを持つための支援、問題に詰まったときに解説する支援、グラフを用いて値を決める支援の 3 つの支援を行う。これら 3 つの支援において問題の理解や問題のイメージを持つ場合、グラフを用いて値を決める場合にグラフの表示を行い、問題に詰まったときに解説が必要な場合は、問題のヒントとして計算過程とグラフの表示を行う。

## 第 2 章

# 研究の背景と目的

### 2.1 研究の背景

作問学習は学習者の知識の定着させるために有効な学習方法である。学習者は作問学習をすることで、問題の理解を深めたり理解不足の部分の発見にも繋がる。しかし、作問学習には、学習者自身で正誤判断ができないことや、問題の成立・不成立の判断ができないという問題点があり、自主学習に取り入れることが困難となっている。先行研究では、自主学習に作問学習を取り入れ、学習者自身で正誤判断ができないことや学習者が問題の成立・不成立の判断ができないといった問題点を改善することが目的とされていた。しかし、学習者の状況に応じた支援は考えておらず、十分ではなかった。

#### 2.1.1 作問学習

作問学習は学習者の知識の定着に有効な学習方法の 1 つである。作問学習とは、学習者が自らの知識を活用して問題を作成する学習方法である [1]。

作問学習の意義として、自己関与としての作問、探求としての作問、設計としての作問が挙げられる。自己関与としての作問とは、問題を作成することで、問題に自身が関与していることを気づかせる効果があり、自身の行う問題解決や学習対象に対する学習態度も改善される。探求としての作問は、問題の条件などを変更して、その変更がどのような結果をもたらすのかを考えてみる。その効果として、既習事項の意味を再検討したり、未習事項の存在に気づいたりする。作問である設計としての作問とは、作る問題に対する要求仕様があり、その仕様を満たす問題を作るといった場合がある。その効果として、解法に対する理解を深め

## 2.1 研究の背景

られる。また、作問学習は、学習者自身で問題を考え学習者自身で解くことが重要である。作問学習は数学の学習方法として適しており、実際に数学の授業で作問学習が行われる。

### 2.1.2 作問学習の効果

作問学習を行うことで下記の学習効果が得られる。

- 既習事項の意味を再検討
- 理解不足の部分の発見
- 解法に対する理解の促進

学習者が問題を作成することで、今まで習った問題の意味を再検討できる。また、問題を作成することは問題を解く以上に、その問題に対する深い理解が問題の作成者には求められ、学習者自身が問題の理解不足の部分に気づくことができる。さらに、適切な問題を作成するために、その解法が適用できる問題の構成が明確になり、解法に対する理解の促進をさせる効果がある。

### 2.1.3 作問学習の問題点

作問学習を行う場合、学習者が作成した問題の評価が困難である [2]。

作問学習の問題点を以下に示す。

- 修正ゴールの設定ができない
- 問題の質的診断ができない
- 学習者自身で正誤判定ができない
- 学習者が問題の成立・不成立の判断ができない

修正ゴールの設定とは、問題解決の場合では、解答が一意に決まっているため学習者を導くべき問題には一意に定まった正解がある。しかし、作問の場合では、学習者が作った問題には、一意に決まる解答がないため、どの問題に誘導すればいいのかが分からない。

## 2.2 メタ認知能力の向上

問題の質的診断とは、作られた問題が正しい問題と判断されても、その問題の難易度を区別することが必要である。問題の質的診断として学習者に適切なフィードバックを与える上で必要である。

授業で作問学習を行う場合、学習者が作成した問題の成立・不成立の判断や問題に対する学習者の解答の正誤判断を教師が行うことで問題を解決する。しかし、自主学習では学習者自身で問題の成立・不成立の判断や解答の正誤判断を行わなければならない。学習者自身で作成した問題の成立・不成立の判断は、問題に対する十分な理解があれば可能である。しかし、学習者が問題の成立・不成立を判断することは困難である。さらに、教科書などとは異なり問題に対する解答は用意されていないため、学習者自身で正誤判断を行うことは困難である。

## 2.2 メタ認知能力の向上

問題を解決するために、領域固有などの知識や一般的な方略を知っているだけでなく、それらを状況に応じて活用できるメタ認知能力が必要である。学習者の問題解決力を向上させるために、メタ認知能力を向上させることが重要である。

メタ認知とは、認知活動についての認知のことである。メタ認知には、メタ認知的知識とメタ認知的活動に分かれる。メタ認知的知識とは、メタ認知の中の知識成分を指し、人間の認知特性についての知識、課題についての知識、課題解決の方略について知識の3つに分けることができる。メタ認知的知識に基づいて、自身や他者の認知特性を知り、課題を正しく捉え、適切な方略を選択することが効果的な問題解決を行うために必要である。

メタ認知的活動とは、メタ認知の中の活動成分を指し、メタ認知的モニタリング、メタ認知的コントロールの2つに分かれる。メタ認知的モニタリングとは、認知状態をモニタすることである。メタ認知的コントロールとは、認知状態をコントロールすることである。メタ認知的コントロールには、認知の目標設定、認知の計画、認知の修正などが含まれる。メタ認知的モニタリングとメタ認知的コントロールは密接に関連して機能する。モニタした結果

## 2.3 先行研究

(モニタリングの結果)に基づいてコントロールを行い、コントロールの結果をモニタ(モニタリング)し、更にコントロールを行うといった具合に、両者は循環的に働くと考えられている。

メタ認知能力を向上させる方法として、学習者が問題解決を通してメタ認知を意識し、知識や方略を観察・制御する経験を積む方法がある。学習者が問題解決を行う問題は、メタ認知が働かなくても解決できるような問題ではなく、適度な難易度の問題を解決することが必要である。しかしながら、目に見えない「認知」の観察・制御を行うメタ認知を、学習者が意識することは困難である。また、学習者は問題解決におけるメタ認知の重要性の認識や、メタ認知に対する動機を持ちにくく、それらを継続的に行わせることも容易ではない。このため、学習者が単に問題を解決する経験を積むだけでは、メタ認知能力を向上させることが困難となっている。このような理由から、状況に適した助言や指導を繰り返し与えることや、メタ認知活性化などの支援が重要である。

メタ認知を活性化させるための支援として、外化がある。外化とは、学習者が自身の持っている知識や理解状態を外部に記述することである。自身の知識や記憶を観察し、それを新たに自身の理解を表現するために必要な概念や関係を取り出したり、関係付けたりするといった制御が行われるとメタ認知の範疇に入る。外化させるだけでなく、外化した表現を学習者に観察させることで、自分自身の知識の欠落や不足などに気づくことが期待されている。外化によって自ら可視化した認知状態を観察するといった枠組みをとっている。例として、作問学習などをで学習者の考えの外化を行い、外化の結果を振り返らせるといった支援が挙げられる。

## 2.3 先行研究

学習者が問題の解決を行う学習では、問題解決に必要な知識や方略を知っていたとしても、問題の解決を行うことができない学習者が存在する。このような学習者は、問題解決に必要な知識や方略を問題に対して、どのように適用したら良いか分からず、問題解決に詰

## 2.4 研究の目的

まった状態になっている場合が多い。学習者の問題解決力を向上させるためには、問題や場面に応じて問題解決に必要な知識を、適切に用いることができる能力であるメタ認知能力を向上させることが重要である。そこで、問題解決におけるメタ認知能力の向上を指向した研究として、メタ認知能力の向上を指向した高校数学における問題解決方略の体系化がある[3]。そこで、数学における問題解決モデルの提案と問題解決方略の体系化が行われている。また、高校数学の二次関数を対象として、学習過程において適切な問題解決方略を提示する試作システムが作られている。これにより、一般的な問題解決方略の重要性への気づきを促し、メタ認知能力の向上を支援している。メタ認知能力を向上させるためには、学習者にメタ認知的な知識である一般的な問題解決方略の重要性を意識させ、方略を習得させることが重要だと考えられる。

また、メタ認知能力を向上させるための方法の1つとして、作問学習が挙げられる。作問学習支援の研究として、高校数学の二次関数を対象とした作問学習支援システムの構築がある[4]。作問学習を自主学習に取り入れる場合、授業での作問学習ならば、教師は生徒が作成した問題の成立・不成立の判断と、作成した問題に対する生徒の解答の正誤判断を行うことでこの問題を解決する。しかし、学習者は問題の成立・不成立の判断を行うのは困難である。また、学習者は、作成した問題に対して正答が用意されていないため、学習者自身が解答の正誤判定を行うことが困難である。そこで、学習者自身で正誤判定ができない問題点と、学習者は問題の成立・不成立の判断ができない問題点を解決するための支援が行われている。しかし、この研究では、作問学習の実施における問題点に着目しており、作問学習とメタ認知能力にどのような関係があるか、問題解決方略との関係があるかに関して十分ではなかった。

## 2.4 研究の目的

学習者のメタ認知能力を促すためには、作問学習を行うことが有効である。先行研究では、メタ認知能力を促すために作問学習の実施における問題点に着目し支援を行った。しか

## 2.4 研究の目的

し、作問学習の実施に着目しており、学習者の状況に応じた支援が十分ではなかった。

本研究では、学習者の状況に応じた支援を行うことを目的とする。作問学習における学習者の状況として、どのような状況があるのか調べるために、作問学習の学習活動の調査を行う。作問学習の学習活動の調査を行うことで、学習者がどのような状況で作問学習を行っているか明確にする。その結果を基に、学習者が行っている状況に対して支援を行う。

## 第 3 章

# 作問学習の学習活動の調査

学習者の状況に応じた支援を行うために，作問学習の学習活動の調査を行い，どのような学習者の状況があるのかを調べる．

### 3.1 作問学習の学習活動の調査

作問学習の学習活動を明らかにするために，大学生・大学院生に実際に作問学習を行ってもらい，問題を作る際に考えたことや判断したこと，書き出したこと，思い出したことを順番に書き出してもらった．また，書き出された結果において不足している部分や気になった部分などの聞き取りを行った．

#### 3.1.1 調査の目的

調査の目的は以下の通りである．

- 作問学習の学習活動における過程を明らかにする
- 作問学習ではどの学習活動に重点が置かれているか明らかにする

#### 3.1.2 調査の概要

作問学習の問題の内容と人数は以下の通りである．

- 4 名に異なる 3 点の座標から二次関数を求める問題を作ってもらった．
- 2 名に頂点と頂点以外の 1 点の座標，軸と異なる 2 点の座標，異なる 3 点の座標から二

### 3.1 作問学習の学習活動の調査

次関数を求める問題を作ってもらった。

条件は以下の通りである。

高校数学二次関数の領域固有の知識や手段・方法を最低限身につけている学生を対象として実験を行った。これは、本研究の支援対象は身に付けた知識や方略を問題へ適用できない学習者であり、二次関数の公式や平方完成の手順といった領域固有の知識や手段・方法を身につけるための支援を目的としていないからである。また、作問学習は知識の定着を目標としており、作問を行うためには事前にその問題の領域固有の知識を最低限学んでおく必要がある。

#### 3.1.3 調査の結果

調査の結果と学生からの意見は以下の通りである。

- 問題の理解やイメージを持つ、値の適用範囲を決めることに重点が置かれており、作るべき問題と関係のあるグラフや数式を書き出すなど、グラフや数式を積極的に用いている
  - － 問題を作るために、どのような要素が必要なのかグラフと数式を用いることが必要だと思った
  - － どのような問題を作らなければならないか問題文からではイメージし辛いので、図を描きながら考えることが重要だと思った
  - － 分かるものを全て書き出して置くことで、問題を作り易くなると思った

結果から作問学習の学習活動として、学習者は問題への理解を促す、問題のイメージを持つ、値の適用範囲を決めるといった学習活動に重点が置かれている。また、学習者は、グラフや数式を書き出すことで、二次関数の作問学習を円滑に行うための重要な活動となっており、二次関数の問題を作り易くできると考えていることが分かった。これらのことから学習者は、問題の種類や学習者の状況に応じてグラフや数式を書き出し作問学習を行なってお

### 3.1 作問学習の学習活動の調査

り、問題の種類や学習者の状況に応じた支援を提供することが重要である。

## 第 4 章

# 二次関数の問題を対象とした作問学習の支援

### 4.1 対象とする二次関数の問題

本研究では、二次関数の問題を対象とする。二次関数の問題を対象とするのは、二次関数の問題に対して理解不足の生徒が多いためである。今回作成できる問題は、以下の 6 種類の問題とする。二次関数の問題のパターンは、先行研究で、二次関数の問題のパターンを調べた結果、6 種類の問題のパターンに分かれた。さらに、問題によっては更に幾つかの問題のパターンに分かれている。

- 平方完成をする問題
- 頂点座標を求める問題
- 最大値・最小値を求める問題
  - －  $x$  の定義域がない場合
  - －  $x$  の定義域がある場合
- グラフを  $x$  軸の共有点の座標を求める問題
- グラフと平行移動に関する問題
  - － 一次と零時の係数を変化させる場合
  - －  $x$  軸方向と  $y$  軸方向の移動の数値が分かっている場合
- 二次関数の決定に関する問題

## 4.2 学習者の状況

- 頂点の座標と、頂点以外の座標から二次関数を決定する場合
- 異なる 2 点の座標と、 $x$  軸の方程式から二次関数を決定する場合
- 異なる 3 点の座標から二次関数を決定する場合

## 4.2 学習者の状況

学習者の学習活動の調査を行った結果、学習者の状況として以下の状況が考えられる。また、学習者が問題に詰まったときに解説が必要な場合は、授業の指導方法としてグラフを用いて解説を行なっている。学習者が作問を行っているとき問題に詰まる場合もあると考えられる。問題に詰まったときに解説が必要な場合も学習者の状況とする。

- 問題の理解を促す場合
- 問題のイメージを持つ場合
- 値の適用範囲を決める場合
- 問題に詰まったときに解説が必要な場合

### 4.2.1 問題の理解を促す場合

学習者は問題を理解するために二次関数と関係のあるグラフや頂点、軸などの要素を書き出している。また、二次関数の公式である  $y = a(x - p)^2 + q$  などの数式を書き出している。学習者はグラフや数式を書き出すことによって、問題にどのような要素が必要なのか問題に対して理解をするためである。

### 4.2.2 問題のイメージを持つ場合

学習者は二次関数の問題を作成する最初の段階で問題のイメージを持つためにグラフや表を書き出している。学習者は問題のイメージを持つことで、どのような問題を作成したら良いのか分かりやすくなる。

## 4.2 学習者の状況

### 4.2.3 値の適用範囲を決める場合

学習者は要素の値を決め二次関数を求めている．実際に学習者は，最大値・最小値の問題を行ったとき，定義域の値を決めグラフに書き出し最大値・最小値を求めている．値を決めるグラフに書き出すことで方程式を出しやすくしている．そして，学習者は，公式に値を入れ方程式を立式し，解答を行っている．

### 4.2.4 問題に詰まったときに解説が必要な場合

学習者は問題に詰まったとき解説が必要な場合がある．解説を行なう際，授業での指導方法として計算過程やグラフが用いられている．また，教科書では，計算過程やグラフを用いて解説を行っている．

### 4.2.5 作問学習の実践例

“異なる3点から二次関数を求める問題を作りなさい”という問題における作問学習の例を以下に示す．図4.1は，実際に作問学習を大学生に行なってもらった例である．

- 問題の理解をする場合

- 学習者は，問題文を読み問題を作るために必要な要素である“異なる3点の座標”と“二次関数”を検討し，要素を書きだしている．また，二次関数と関係のある公式を思い出し， $y = a(x - p)^2 + q$  を書き出している．

- 問題のイメージを持つ場合

- 問題と関係のあるグラフや表，図として二次関数の曖昧なグラフを書き出している．この段階では二次関数の特徴的な図を書き出し，問題へのイメージを高めるために用いられている．

- 値の適用範囲を決める場合

- 書き出している二次関数の公式へ値を入れ，二次関数の値を決定している．

## 4.3 支援方法

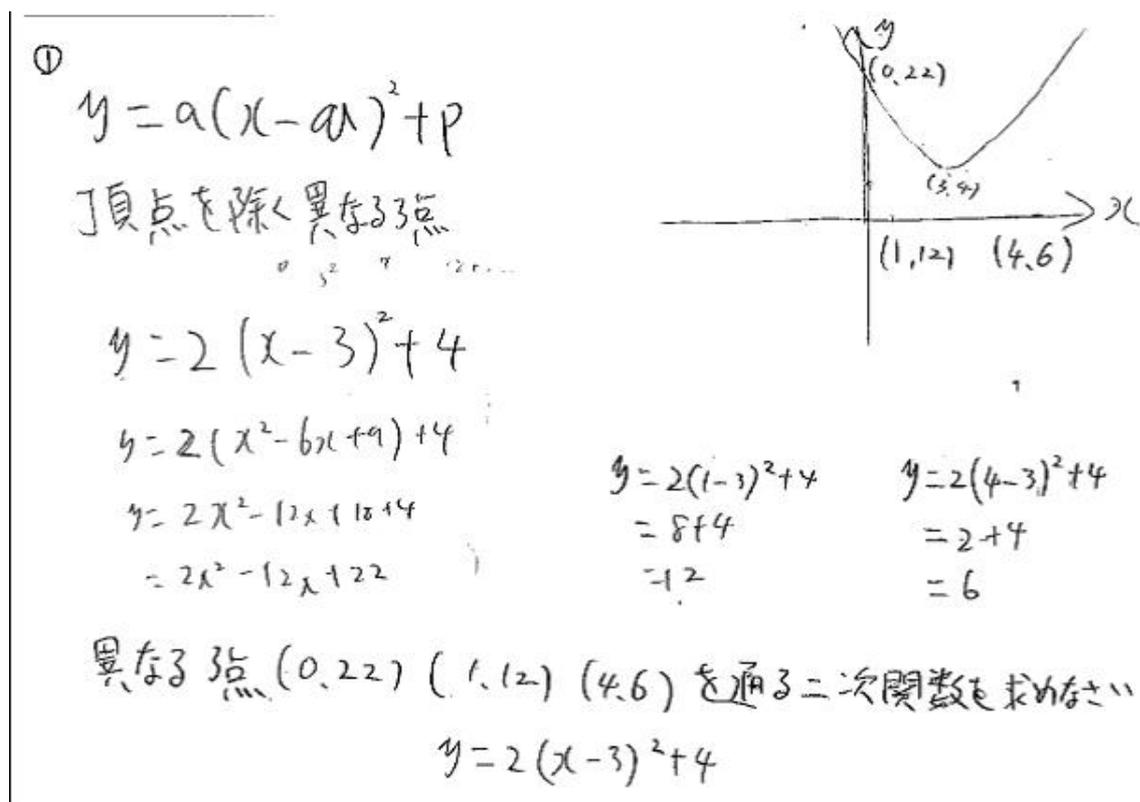


図 4.1 作問学習の実践例

## 4.3 支援方法

4.1 節や 4.2 節で述べた問題の種類や学習者の状況があり、これらの状況に応じて支援を行なう。これらの問題の種類や学習者の状況に応じた支援が必要である。そこで、問題の理解を促す場合や問題のイメージを持つ場合の支援、問題に詰まったときに解説が必要な場合の支援、学習者がグラフを用いて値を決める場合の支援、この 3 つの支援が必要である。

### 4.3.1 典型的なグラフを表示する支援

問題の理解を促す場合や問題のイメージをする場合に学習者は、グラフを書き出すことを行っており、問題の種類や学習者の状況に応じて典型的なグラフの表示を行う。典型的なグラフとして、高校数学の教科書で使われるグラフを用いる [5]。また、典型的なグラフを用いて問題の理解や問題のイメージを持たせるために、問題の種類や学習者の状況に応じて

### 4.3 支援方法

学習者が要求しているグラフを出せることが必要である．そこで，学習者の状況に応じた典型的なグラフを表示する支援を行う．典型的なグラフを表示することで，問題のイメージが高められると考えられる．

#### 4.3.2 グラフを用いて値を決める支援

グラフを用いて値を入力する場合は，学習者が決めた具体的な値を入力させ，その値に沿ったグラフを表示する支援を行う．学習者が決めた具体的な値を入力することで，問題の解答を出せるような支援を行なう．

#### 4.3.3 ヒントを表示する支援

学習者が問題に詰まったとき解説が必要な場合は，ヒントとして二次関数の計算過程やグラフを表示させる支援を行う．ヒントは学習者の要求に応じて段階的に表示する．

## 第 5 章

# インタフェースの設計

4.3 節で述べた支援を行うために，典型的なグラフを表示する機能，ヒントを表示する機能，学習者がグラフを用いた値の入力機能の 3 つの機能を構築した．3 つの機能を活用し学習者に効果的な二次関数の作問学習を行う．

### 5.1 典型的なグラフを表示する機能

典型的なグラフを表示する機能では，二次関数の問題に応じたグラフを表示する．表示するグラフは，高校数学の教科書を参考にした [5]．グラフは問題に応じて以下の通りに表示する．

- 頂点の座標に点を描画してグラフを表示する．
  - － 頂点の座標を求める問題
- $x$  の定義域の範囲内と範囲外の部分の  $x$  軸を色分けをして表示する．
  - － 最大値・最小値を求める問題
- 定義域の範囲内と範囲外の部分のグラフの線を色分けをして表示する．
  - － 最大値・最小値を求める問題
- 共有点の座標に点を描画したグラフを表示する．
  - － 共有点を求める問題
- 平行移動前と平行移動後のグラフを表示する．
  - － 平行移動を求める問題
- 二次関数の決定では，それぞれの問題において必要な点を描画してグラフを表示する．

## 5.2 グラフを用いた値の入力機能

- 二次関数の決定の問題

## 5.2 グラフを用いた値の入力機能

学習者は具体的な値を決めグラフに入力する．この機能を使用することで，最大値・最小値を求める問題では， $x$  の定義域の値を入力することができる．また，頂点の座標と，それ以外の座標から二次関数を決定する問題の場合では，頂点の座標と頂点以外の座標が入力できる．

## 5.3 ヒントを表示する機能

学習者が問題に詰まったときに解説が必要な場合に，計算過程とグラフの表示を行う．ヒントは学習者の要求に応じて計算過程を段階的に表示していく．計算過程を段階的に表示していくことで，学習者に分かりやすくするためである．また，計算過程を文章の解説と計算式を組み合わせ表示する．また，ヒントとして用いるグラフの特徴を以下に示す．

- 頂点の座標に点を描画してグラフを表示する．
  - 頂点の座標を求める問題
- $x$  の定義域の範囲内と範囲外の部分の色分けをし表示する．
  - 最大値・最小値を求める問題
- 共有点の座標に点を描画したグラフを表示する．
  - 共有点を求める問題
- 平行移動前と平行移動後のグラフを色分けして表示する．
  - 平行移動を求める問題

## 第 6 章

# インタフェースの実装

### 6.1 システムの概要

本インタフェースは JavaApplet , JavaScript , PHP を用いて Web アプリケーションとして構築し , Web ブラウザ上で操作できるようにした . Web サーバとして Apache を用いた . また , JavaApplet を用いてグラフの表示を行う . さらに , JavaScript を用いて , PHP と JavaApplet 間のデータの引渡しを行う . また学習者の状況や問題の種類を把握するために , 藤原のシステムを用いる [6] . 二次関数の問題の入力や問題の解答は藤原のシステムで行う .

図 6.1 は , システムの構成図である . 本研究で構築したインタフェースは , インタフェースの設計を基にデータベースから情報を取得し , グラフやヒント画面を表示する部分を構築した . データベースでは , 問題の種類に応じたグラフやヒントの情報が入っている . インタフェースを表示する流れとして , 藤原のシステムから問題の種類や学習者の状況の情報を要求する . そして , データベースから問題の種類や学習者の状況に応じたインタフェースの情報を取得する . 最後に , インタフェースの情報からグラフやヒント画面を生成する .

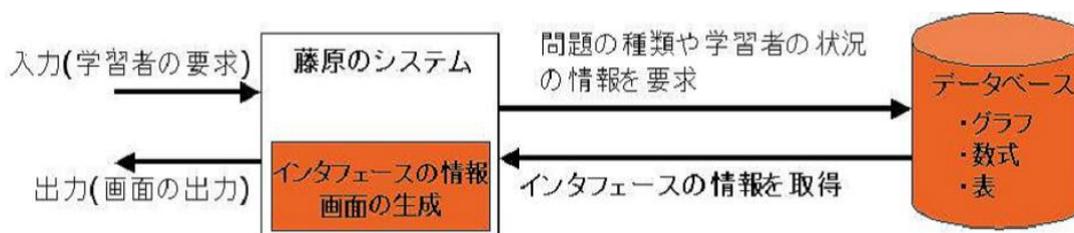


図 6.1 システムの構成図

## 6.1 システムの概要

また、図 6.2 は藤原が作成した二次関数の作問を行うシステムである。藤原が作成したシステムでは、二次関数の問題を選んで作問学習を行っていく。そして、作問学習を行って作成された問題に値を入力することで解答を行なう。作問学習を行っていく中で、問題の理解や問題のイメージを高めたい、問題に詰まったとき解説が必要な場合の状況がある。そこで、藤原のシステムから問題の種類や学習者の状況を把握し情報を受け取る。そして、本研究で構築した問題の種類や学習者の状況に合ったグラフやヒントを表示する。表示するインタフェースの機能として、典型的なグラフを表示する機能、ヒントを表示する機能、学習者がグラフなどを用いた値の入力機能を使用する。

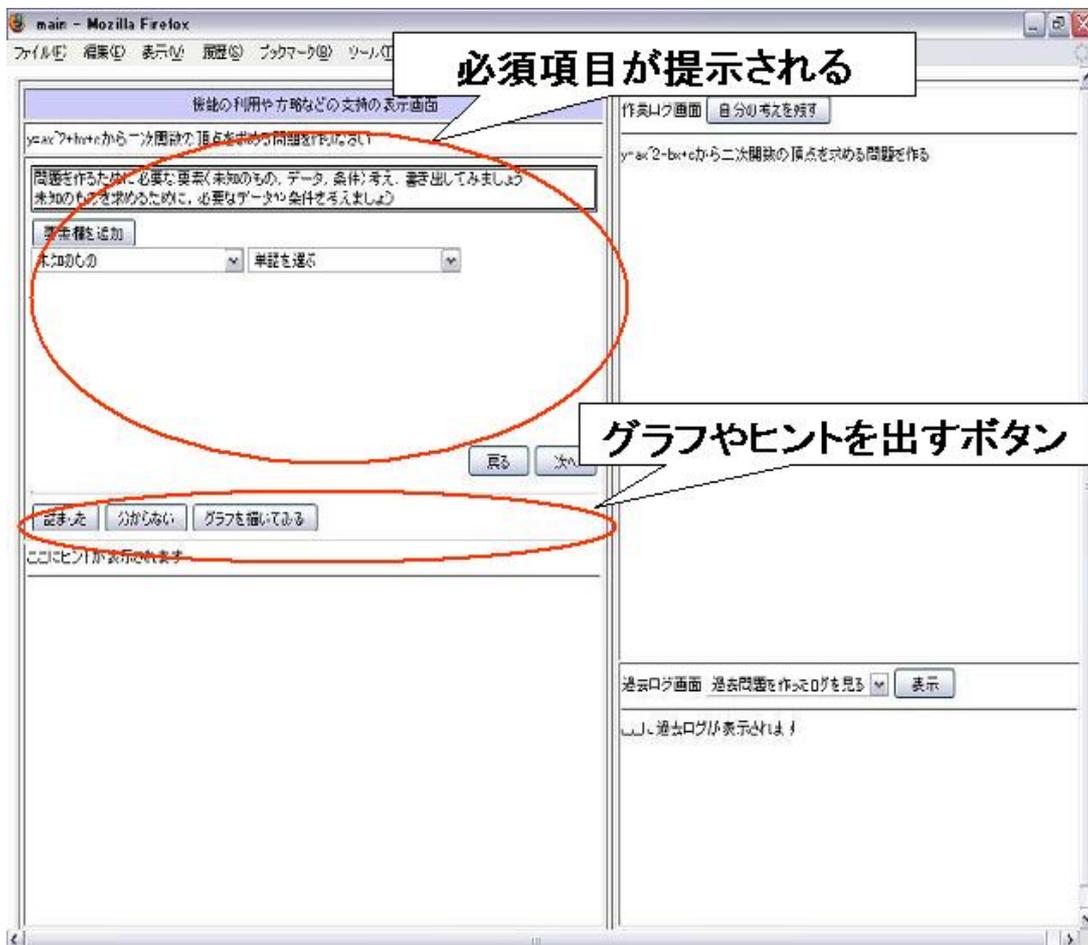


図 6.2 二次関数の作問を行うシステム

## 6.2 インタフェースの画面

典型的なグラフを、図 6.3 や図 6.4 に示す。図 6.3 のグラフは、頂点の座標を求める問題のとき表示するグラフである。図 6.4 のグラフは、最大値・最小値を求める問題のときに表示するグラフである。定義域が分かりやすいように、定義域  $x$  軸を赤線で示し、その定義域外の放物線は色を変えて表示している。図 6.6 平行移動の問題では、 $x$  軸  $y$  軸に値を入力を行ってもらい、どれだけ動いたのかグラフが残るように表示し学習者に分かりやすくなっている。図 6.5 は、共有点を求める問題のときに表示するグラフである。図 6.7 は、二次関数の決定を求める問題の異なる 3 点の座標から二次関数を決定する場合で用いるグラフである。値を入れることで、3 点の座標が表示される。また、グラフを動かすことで 3 点の座標の値も変わっていき値が表示される。これら典型的なグラフは、学習者の状況や問題の種類に応じて問題の理解を促すや問題のイメージを高めるために表示する。

また、学習者は、問題に対して解答を入力する。このとき、問題の解き方が分からない場合、図 6.8 に示すように、ヒントを表示させる。ヒントは問題に応じてグラフや計算過程の表示を行い、学習者の要求に応じて計算式を段階的に表示していく。

図 6.9 は、グラフを用いて具体的な値を決め入力するグラフである。具体的な値を決め入力することで、グラフを作成することができる。

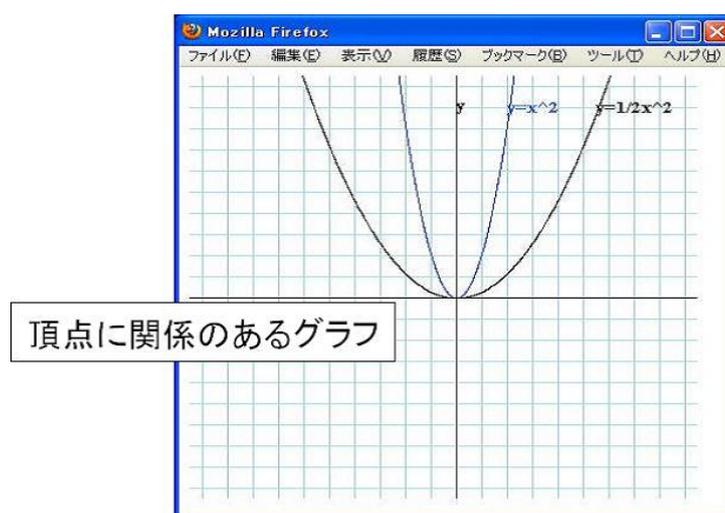


図 6.3 頂点座標に関するグラフ

## 6.2 インタフェースの画面

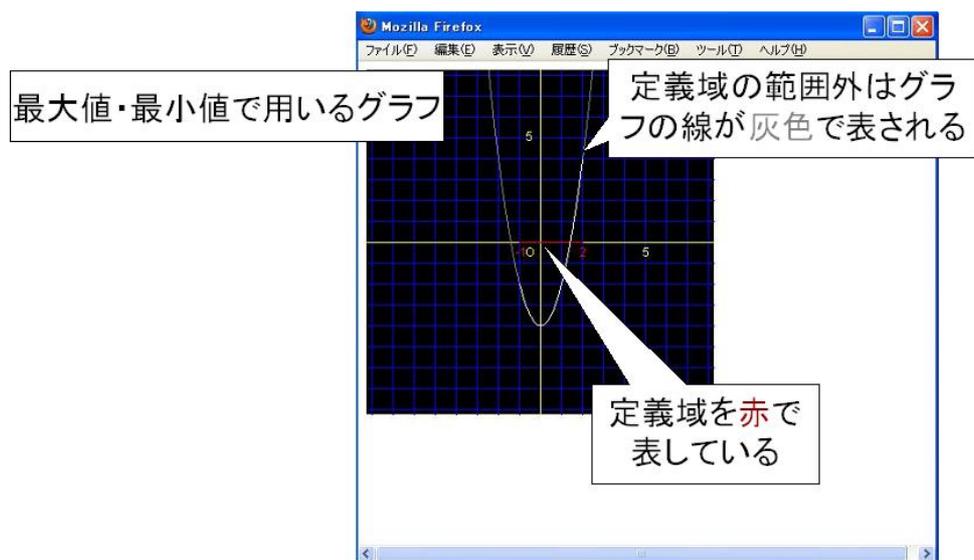


図 6.4 最大値・最小値を求める問題のグラフ

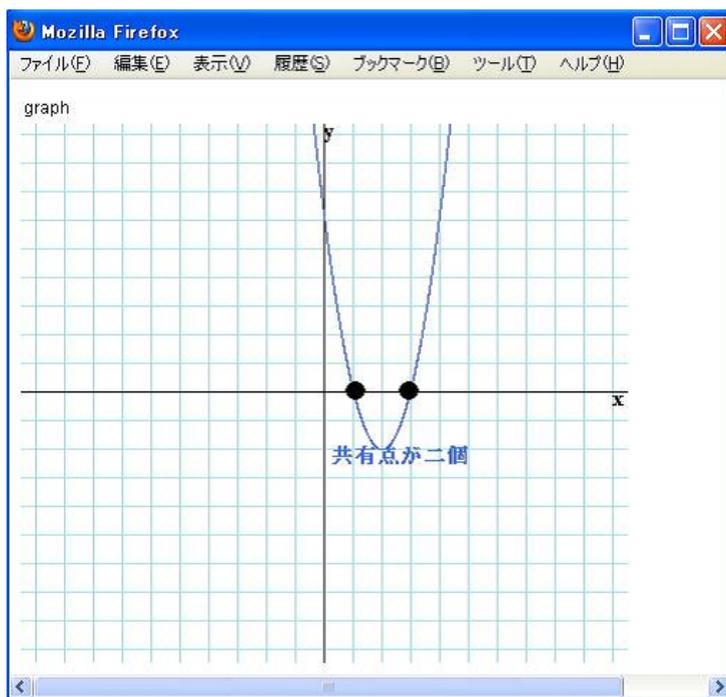


図 6.5 共有点を求める問題のグラフ

## 6.2 インタフェースの画面

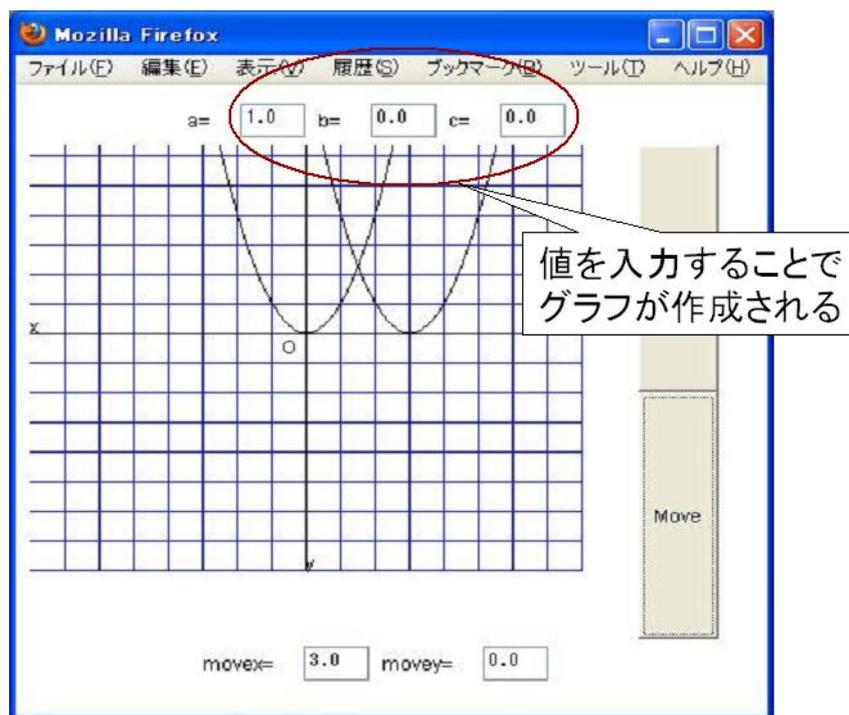


図 6.6 平行移動を求める問題のグラフ

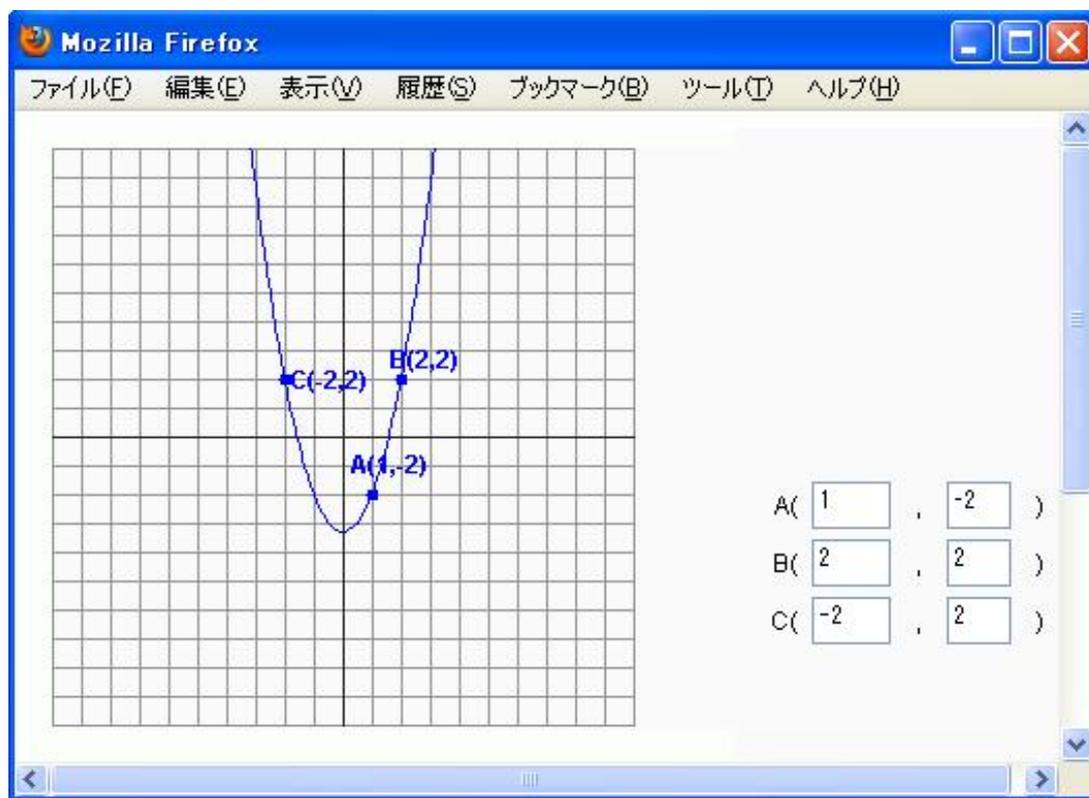


図 6.7 二次関数の決定を求める問題のグラフ

## 6.2 インタフェースの画面

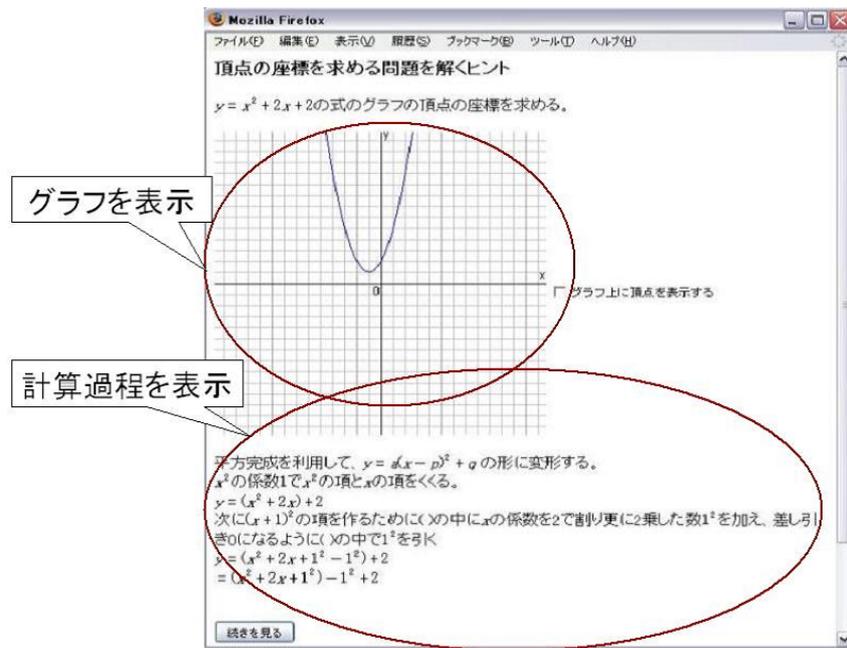


図 6.8 解き方のヒント

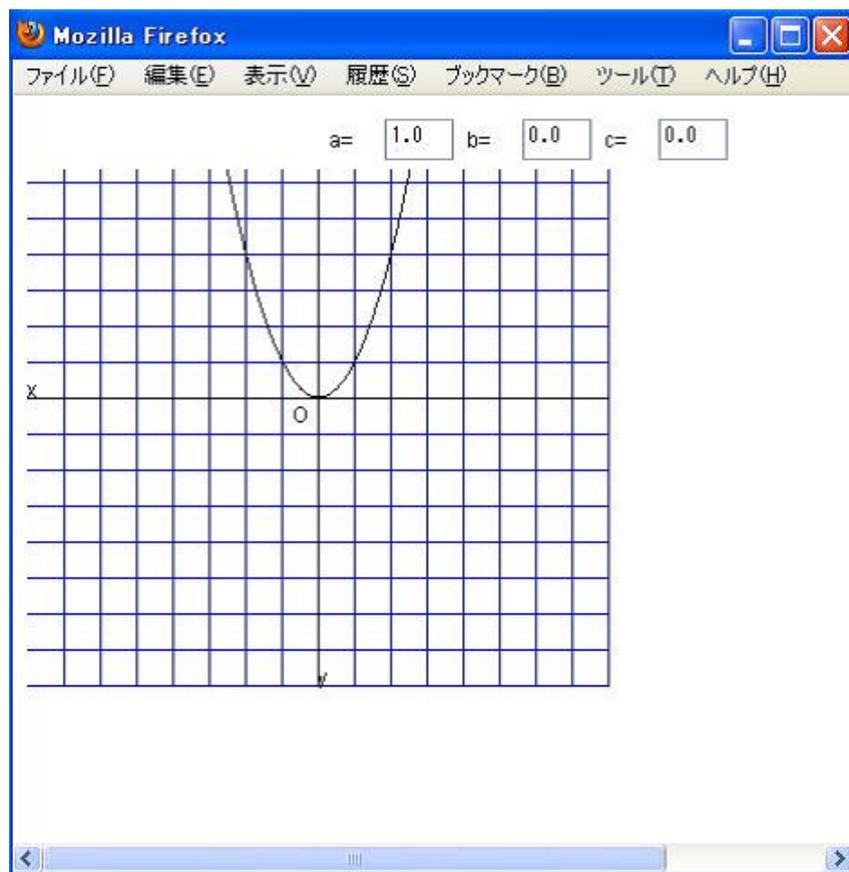


図 6.9 グラフを用いた値の入力

# 第7章

## 評価

### 7.1 評価の目的と概要

本研究では、学習者の状況に応じて支援を行うことを目的として、問題の理解を促す、問題のイメージを持つ、値の適用範囲を決める、問題に詰まったときに解説を行なう、これらの4つの学習者の状況に支援を行うインタフェースを構築した。構築したインタフェースの評価の目的として、仮定した学習活動の特徴は正しかったのか、適応的なインタフェースは有効であったかを確認した。

高知県立伊野商業高等学校の数学教員3名に協力してもらい、本インタフェースの有効性についてアンケートを行った。評価の手順として、最初に研究の説明を行い、デモンストレーションを行った後、実際にインタフェースを使ってもらった。その後、本インタフェースについてアンケートに答えてもらい意見を頂いた。

### 7.2 評価項目

本研究ではでは作問学習の特徴として、図や表、グラフなどを用いた問題を理解する活動に重点がおかれていると考えました。作問学習の特徴をどのように持たれていますか？

表 7.1 アンケート結果

同様	意識していない	他の活動
3	0	0

### 7.3 評価結果の考察

問題によって教科書を基に，図やグラフ，表を切り替えましたが，問題を理解するためなどに十分なものでしたか？

表 7.2 アンケート結果

十分	少し足りない	足りない	判断できない
0	2	1	0

本インタフェースを使った数学教員の方から頂いた意見や感想を以下に示す．

- 二次関数のグラフを表示させるのは有効だが，今回のシステムで見せたグラフだけでは不十分であった．
- 問題に詰まったときの場合に教科書を参考にした静止画だけではなく動的なものも必要である．
- 平行移動の問題では， $x$  軸  $y$  軸に動的にグラフが移動する機能が必要である．
- 学習者に数式と放物線の間を関係させるグラフがあるといい．
- 座標を決め，座標間を結ぶグラフを作る機能が必要である．

### 7.3 評価結果の考察

評価の結果から，適応的なインタフェースとしてグラフを表示することが有効だと分かった．学習者の状況に応じて，グラフの表示の仕方や分かりやすいグラフを用いることで作問学習を効果的に行えたと言える．また，作問学習の特徴で挙げた問題の理解を促す，問題のイメージを持つ，値の適用範囲を決めるという3つの過程であるということが確認できた．

頂いた意見では，今回見せたグラフだけでは不十分であるという意見があった．今回見せたグラフは，静止画で表示していたが，教科書と変わらない．そこで，動的に動かせるグラフの機能が必要という意見を頂いた．グラフを動的に動かせることで，学習者の理解を深めることができることや，学習者が問題の理解を促せることやイメージを持ちやすくすることができる．また，二次関数の作問を行うとき最初の段階で，放物線と数式の間を関係させ

### 7.3 評価結果の考察

るため、座標間を結ぶグラフを用いることで、二次関数がどうして放物線を描くのか分からせることが必要であるという意見を頂いた。また、平行移動の問題では、移動前と移動後の2つのグラフを表示していた。しかし、 $x$  軸  $y$  軸がどれだけ動いたかを分かりやすく表示していなかった。また、移動した値に沿って  $x$  軸  $y$  軸が動的に動くようにすることで、学習者に問題のイメージを持ってもらうことや、問題に詰まったとき分かりやすく表示できると考えられる。このため適応的なインタフェースを問題のイメージや解答の解説のとき動的なグラフを利用できる機能を追加する必要がある。

## 第 8 章

# おわりに

本研究では、問題の種類や学習者の状況に応じた適応的なインタフェースを構築した。学習者の状況を明らかにするために、作問学習の学習者の学習活動を明確にするために大学生・大学院生に二次関数の作問学習を行ってもらった。その結果、作問学習の特徴として学習者は、問題の理解を促す、問題のイメージを持つ、値の適用範囲を決める過程に重点を置いており、作問学習の特徴と学習活動を明確にすることができた。この結果から学習者の状況として問題の理解を促す場合、問題のイメージを持つ場合、問題に詰まったときに解説が必要な場合、グラフを用いて値を決める場合の 4 つの状況を対象とした。対象とする 4 つの学習者の状況の支援として、問題の理解を促すときや問題のイメージを持つときの支援、学習者がグラフを用いて値を決め入力できる支援、問題に詰まったときに解説が必要な支援だということが分かった。これらの支援として、問題の種類や学習者の状況に応じたグラフやヒントの表示を行い、二次関数の作問学習を効果的に行うためにインタフェースを構築した。また、作問学習の対象として、高校数学の二次関数の 6 種類の問題を取り上げた。そして、本研究で構築したインタフェースを高校の数学教員 3 名の方に使ってもらい評価アンケートと意見を頂いた。評価の結果、適応的なインタフェースとしてグラフを表示することが有効だということが分かった。そして、頂いた意見からグラフの表示の仕方や、動的なグラフが必要であることが分かった。

今後の課題として、グラフを動的にすることで学習者に分かりやすくなるという意見があった。グラフを静止画ではなく動的にすることで表示する必要がある。グラフを動的に動かせることで二次関数の問題に詰まったとき、より学習者に分かりやすいグラフの表示が行える。今後、学習者により分かりやすいグラフを表示するインタフェースを構築するために

グラフを動的にグラフを改良することが望ましい．また，二次関数の最初の段階でどうして放物線になるのかが分からないときのために，座標間を結ぶグラフを表示することが必要である．

# 謝辞

本研究及び研究室活動の全般に関して，多大なるご指導と適切なお提言を頂きました高知工科大学情報システム工学科，妻鳥貴彦講師に心よりお礼申し上げます．

ご多忙中な中，本研究の副査をお引き受け頂きました高知工科大学情報システム工学科，篠森敬三教授に心よりお礼申し上げます．

同じく，ご多忙中な中，本研究の副査をお引き受け頂きました高知工科大学情報システム工学科，福本昌弘教授に心よりお礼申し上げます．

本研究に関して，ご協力を頂きました修士 1 年生の森拓也氏，学部 3 年の小松原健氏に心から感謝致します．

本研究に関して，多大なるご協力を頂きました修士 2 年生の藤原健太郎氏，畠山博和氏，福田将行氏，山崎雄大氏，また修士 1 年生の清水雅也氏に心から感謝致します．

本研究で共に活動し，支え合ってきました学部 4 年生の中澤大樹氏，濱野純平氏，前田晃宏氏，松井勇貴氏，松本直樹氏に心から感謝致します．

本研究に関して，ご協力を頂きました学部 3 年生の香西佑紀氏，池上裕貴氏，岡崎雄太氏，金子淳史氏，中山陽介氏に心から感謝致します．

本研究における評価において多大な支援を頂いた，高知県立伊野商業高等学校西山太彩氏に心から感謝致します．

評価のアンケートにご協力頂いた高知県立伊野商業高等学校の数学教員の皆様に心から感謝致します．

最後に，大学 4 年間を支えてくださった父，母に心から感謝致します．

## 参考文献

- [1] 平嶋 宗, “ 「問題を作ることによる学習」の分類と知的支援の方法 ”, 教育システム情報学会研究報告, Vol.20, No3, pp.3-10, 2005 .
- [2] 平嶋 宗, “ 作問学習のモデル化 ”, 教育システム情報学会全国大会講演論文集, Vol30, pp.37-38, 2005 .
- [3] 川島 真一郎, “ メタ認知能力の向上を指向した高校数学における問題解決方略の体系化 ”, 平成 19 年度高知工科大学修士学位論文, 2008 .
- [4] 西川 貴仁, “ 高校数学の二次関数を対象とした作問学習支援システムの構築 ”, 平成 20 年度高知工科大学卒業論文, 2009 .
- [5] 岡本 和夫, “ 新版数学 1 ”, 実教出版株式会社, 2004 .
- [6] 藤原 健太郎, “ メタ認知能力の向上を指向した高校数学の二次関数における作問学習支援システム ”, 平成 21 年度高知工科大学修士学位論文, 2010 .
- [7] 日本学術会議数学研究連絡委員会附置・数学教育小委員会, “ 「算数」・「数学」はなぜ学校教育に必要なのか ”, 中央教育審議会初等中教育分科会教育課程算数・数学専門部会(第 2 回), 2004 .
- [8] 仙台市立蒲町中学校, “ 数学科学学習指導案 ”, 2004 .