高校情報I
「シミュレーション」
～数理モデル～
Python & Google Colaboratoryによるシミュレーション

高知工科大学 情報学群・データ＆イノベーション学群

本日の予定

- 1時間目：9:00-9:50
  - モデル化・シミュレーションの説明
  - 動的モデル（確定的）のシミュレーション
- 2時間目：10:00-10:50
  - 1時間目の続き
  - 動的モデル（確率的）のシミュレーション
- 3時間目：11:00-11:50
  - シミュレーションを繰り返す
    - 様々なパラメータを変えてみる
  - まとめとふりかえり

シミュレーションとは

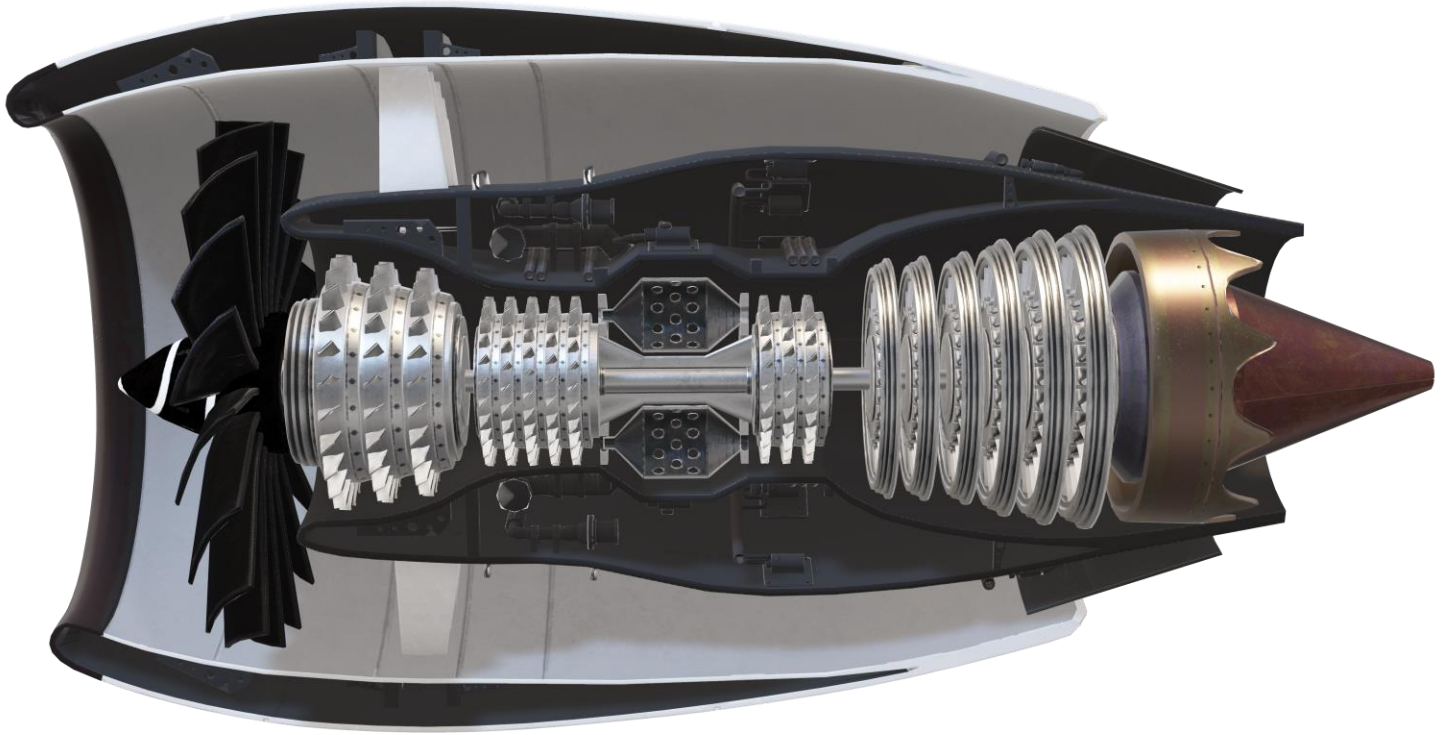
モデル

- 現実世界を「モデル化」→ 模型
- モデルの種類
  - 静的モデル：時間変化しない現象
  - 動的モデル：時間経過に伴い変化する現象
    - 確定的モデル：規則的に変化する
    - 確率的モデル：不規則な変化を含む

- モデル化の方法
  - 物理モデル：実際に作る（実物大，拡大，縮小）
    - 木で飛行機等を作るモックアップ，地球儀，分子のモデル
  - 図的モデル：図で人・物・情報の流れ，状態の変化を表現
  - 数理モデル：数式や論理式で対象の状態を記述する

静的モデルの例

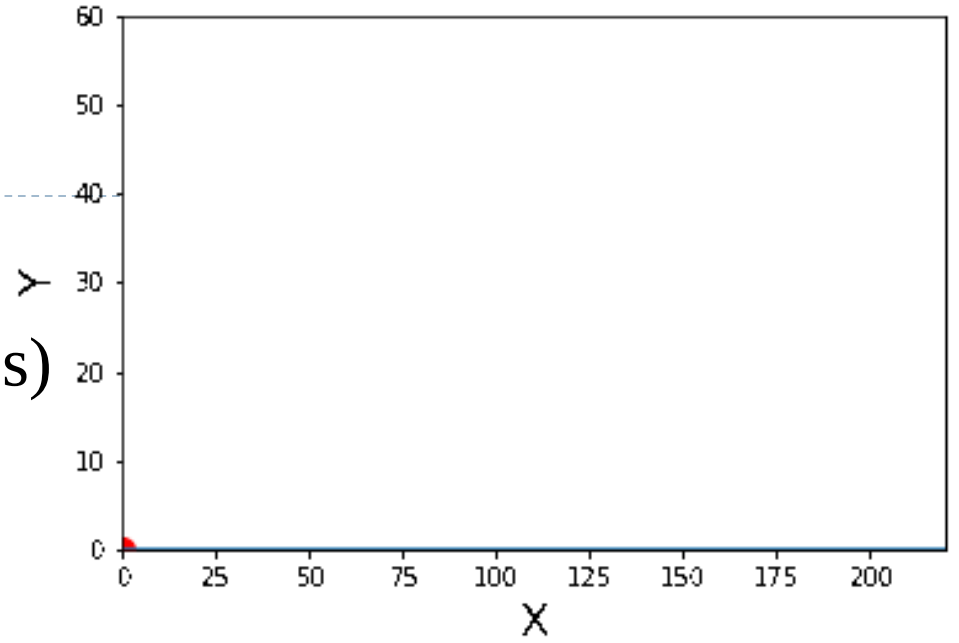
- ジェットエンジンの3次元モデル
  - 時間とともに変化しない



ジェットエンジンの3Dモデル
(PowerPoint 3Dモデルより)

動的モデル(確定的)の例

- 確定的（決定的）な例
- 運動方程式で記述される運動(動き＝dynamics)
  - 放物運動 (ボールの投げ上げ運動)のt 秒後の
    ボールの位置



初速度	$v_0 = 45[\mathrm{m/s}]$
投げ上げ角度	$\theta = 45$度
重力加速度	$g = 9.8[\mathrm{m/s^2}]$
x方向速度	$v_x(0) = v_0 \cos\theta$
y方向速度	$v_y(0) = v_0 \sin\theta$

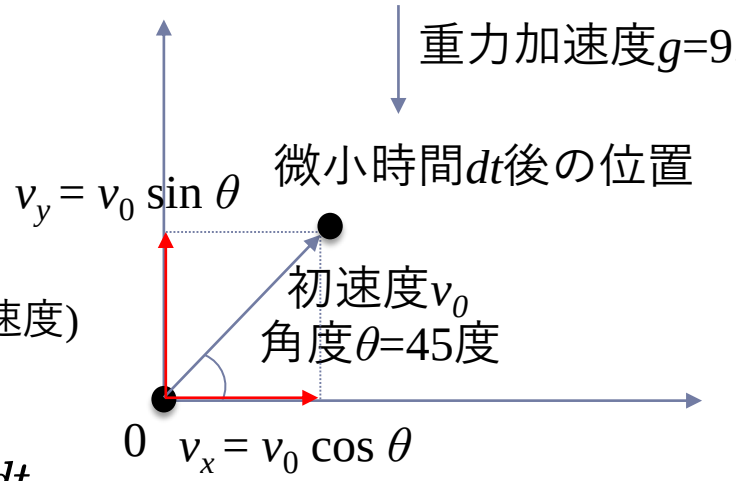
微小時間 dt 後のx方向速度 $v_x(t+dt) = v_x(t)$ ←速度一定(等速)

微小時間 dt 後のy方向速度 $v_y(t+dt) = v_y(t) - g \times dt$ ←速度減少(等加速度)

微小時間 dt 後のx座標位置 $x(t+dt) = x(t) + v_x(t) \times dt$ ←右へ進む分

微小時間 dt 後のy座標位置 $y(t+dt) = y(t) + \frac{1}{2}(v_y(t) + v_y(t+dt)) \times dt$

↑上(下)へ進む分



動的モデル(確率的)の例

- ランダムウォーク
  - 1秒後に50%の確率で，+1(上) か -1 (下)へ移動
  - t秒後の位置 S_t は？

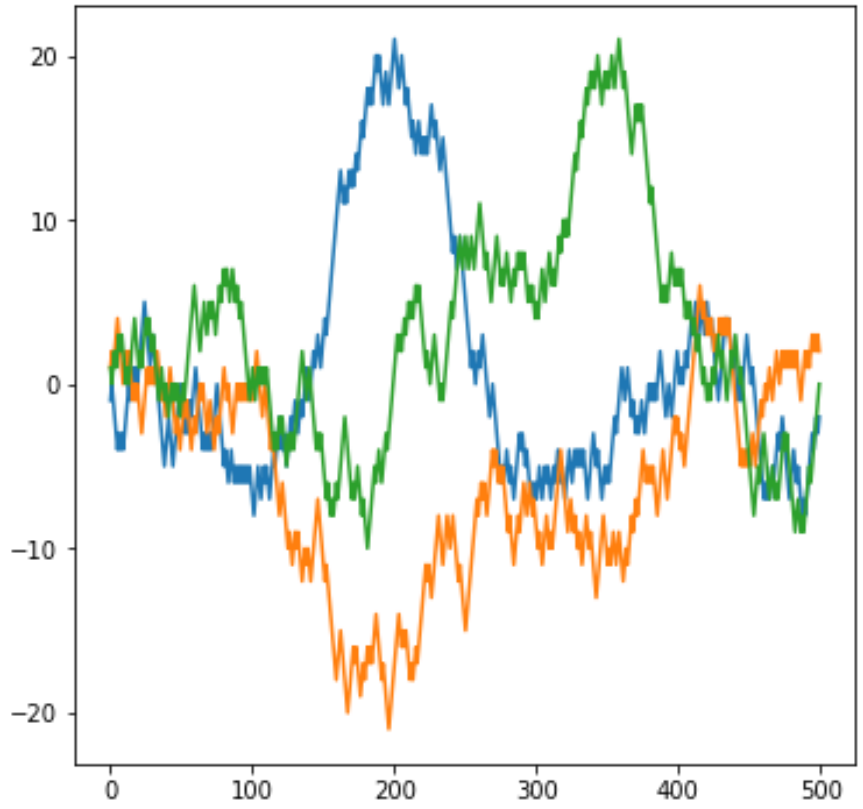
$$S_t = X_1 + X_2 + \cdots + X_t$$

  - ただし，X_i は時刻 i の移動分 +1 or -1

$$P(X_i = 1) = \frac{1}{2}$$

$$P(X_i = -1) = \frac{1}{2}$$

  - いつも決まった値にはならない



シミュレーション

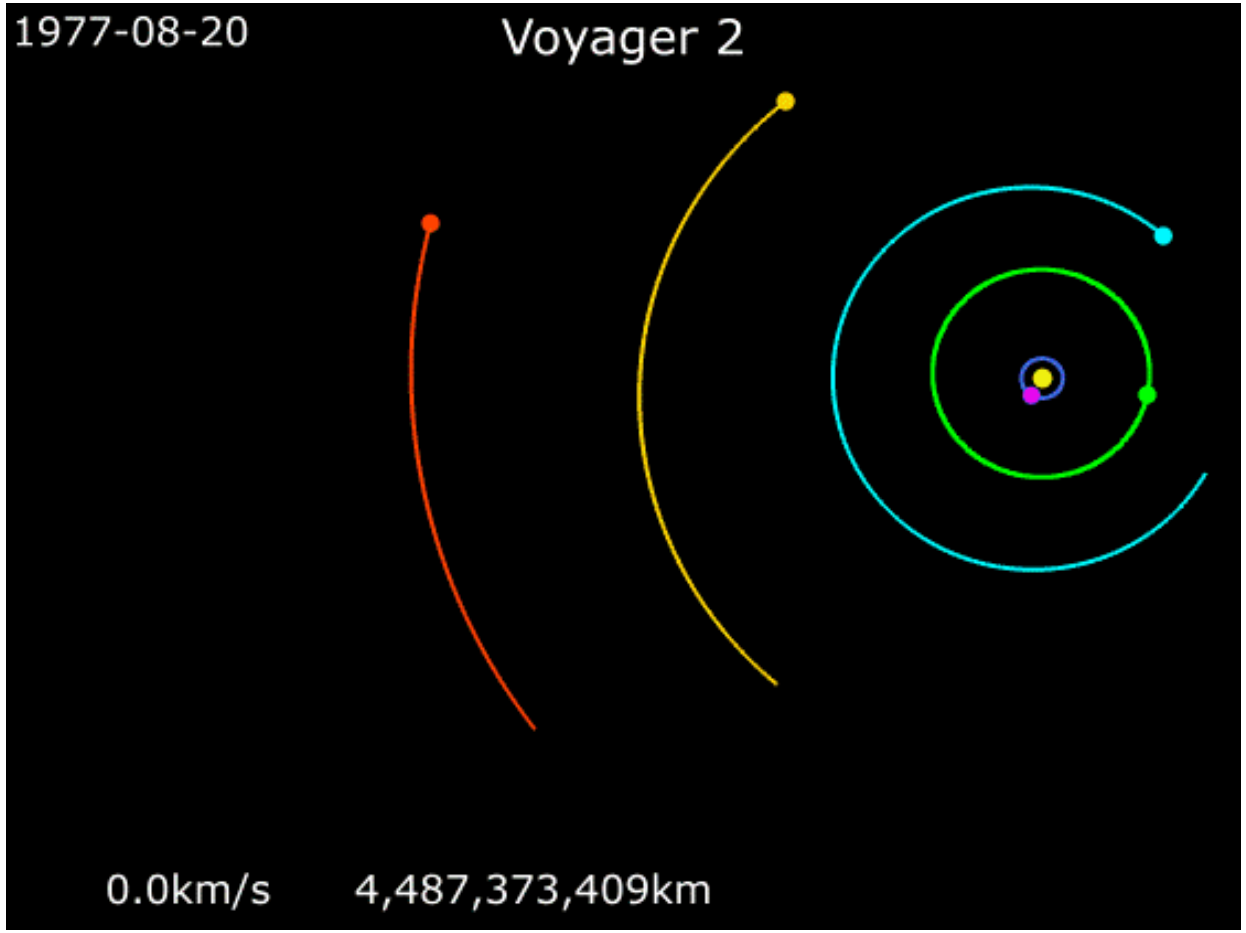
- シミュレーション：「モデル化」したものを，模擬的に実行
- 実際に実行・観察できないことをシミュレーションでできる
  - 現実では行えないこと，行うにはコストがかかり過ぎることを行う
    - 例：
      - 交通事故時の車や内部の人
      - 津波到来時の津波の動き
      - 月ができたのは，地球に別の星が衝突したから？
    - 地球の重力が1/6だったら人や物の動き方はどうなるか
    - ブラックホールに落ちたらどうなるか
  - 何度も繰り返せる

語源：
simulation: 模擬実験
simulate: まねする，コピーする，ふりをする，装う
(similar: 類似した)

他にもどのようなことが
できるか考えてみる

シミュレーションの活用例

- 宇宙探査機の動き（軌道）
- 右から地球(青)，火星(緑)，木星(水色)，土星(黄色)，天王星(赤)の重力の影響を受けた探査機ボイジャー(紫)の移動

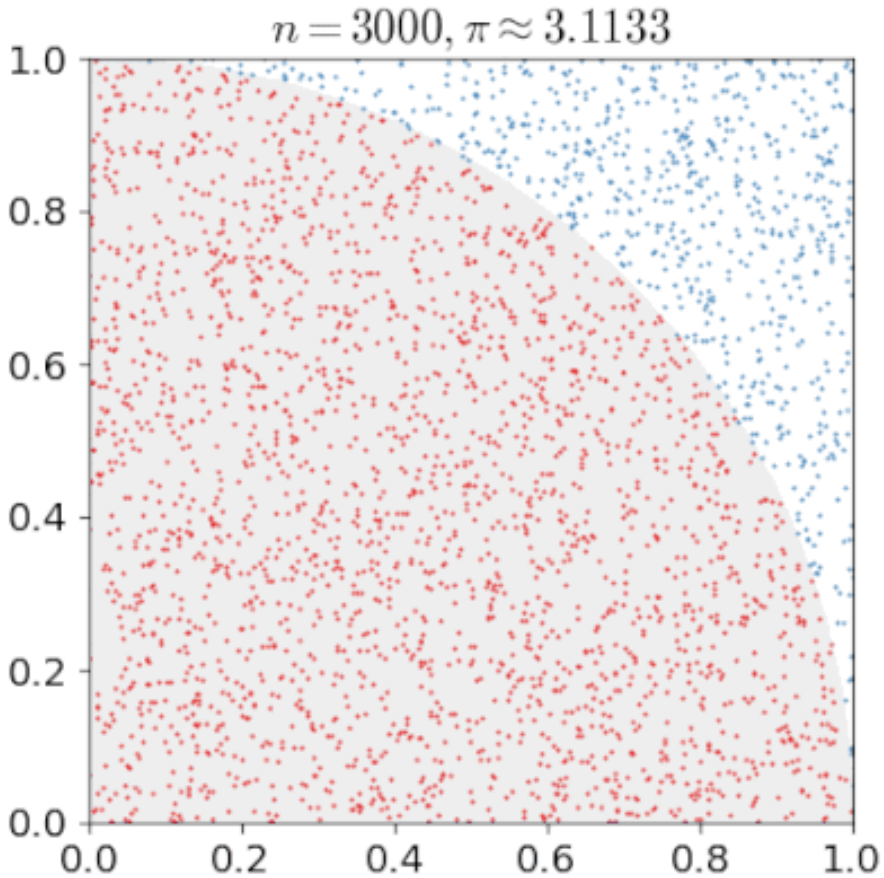


© NASA & JPL-Caltech

(https://www.jpl.nasa.gov/edu/news/2018/12/18/then-there-were-two-voyager-2-reaches-interstellar-space/)

シミュレーションの活用例

- **適当に**点を (0,0)～(1,1)の範囲で作ったときに，半径1の円(単位円)の内側(赤)になるか，外側(青)になるか
- たくさん繰り返すと，全体に対する赤の数の比率は，π/4 に近づく
- シミュレーションには乱数を使う
  - コンピュータでは疑似乱数
  - 乱数を使って確率的モデルをシミュレーションする方法を[モンテカルロ法](#)と言う



Wikimedia Commons

シミュレーションをやってみる
確定的な動的モデル

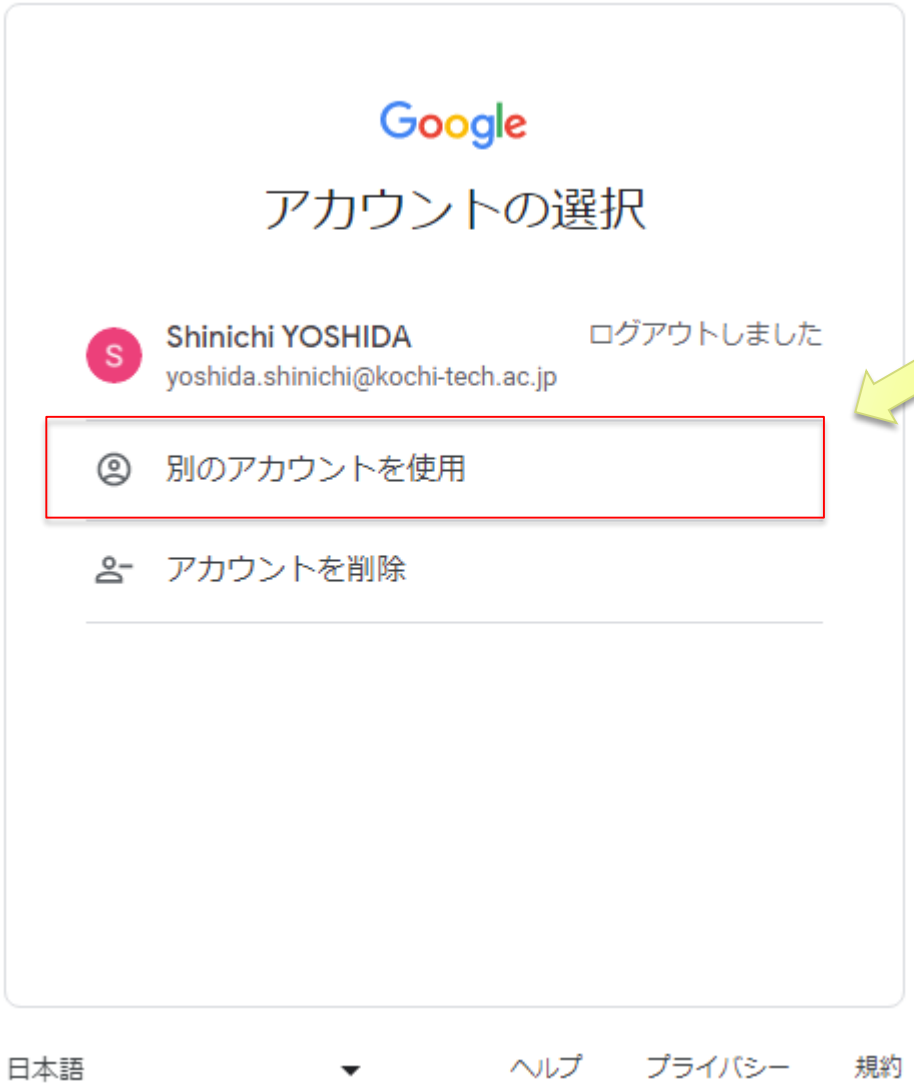
シミュレーションの準備

- Chromebook + Google Colab を使用 
  - ログインをする.
  - Web ブラウザ Chrome を開く.
  - 「Google Colab」(Google Colaboartory) を開く.

シミュレーションの準備

- Google colaboratory へアクセス

Google アカウントでの Google へのログイン

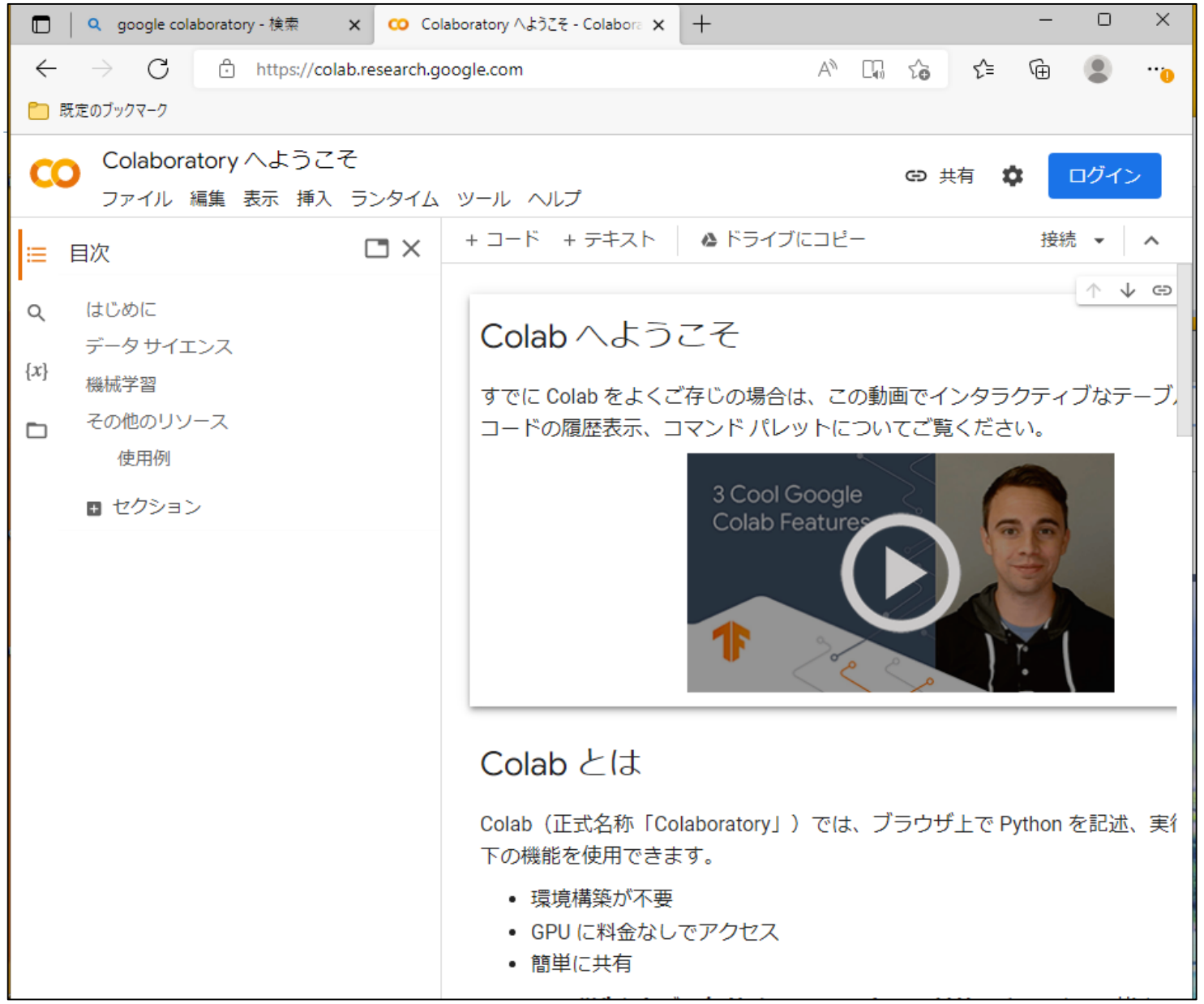


- 高校で使っている自分のアカウントで Google へログインしてください

Googleへログイン

- 右上「ログイン」

- 高校のChromebookで使う Google のアカウントでログイン

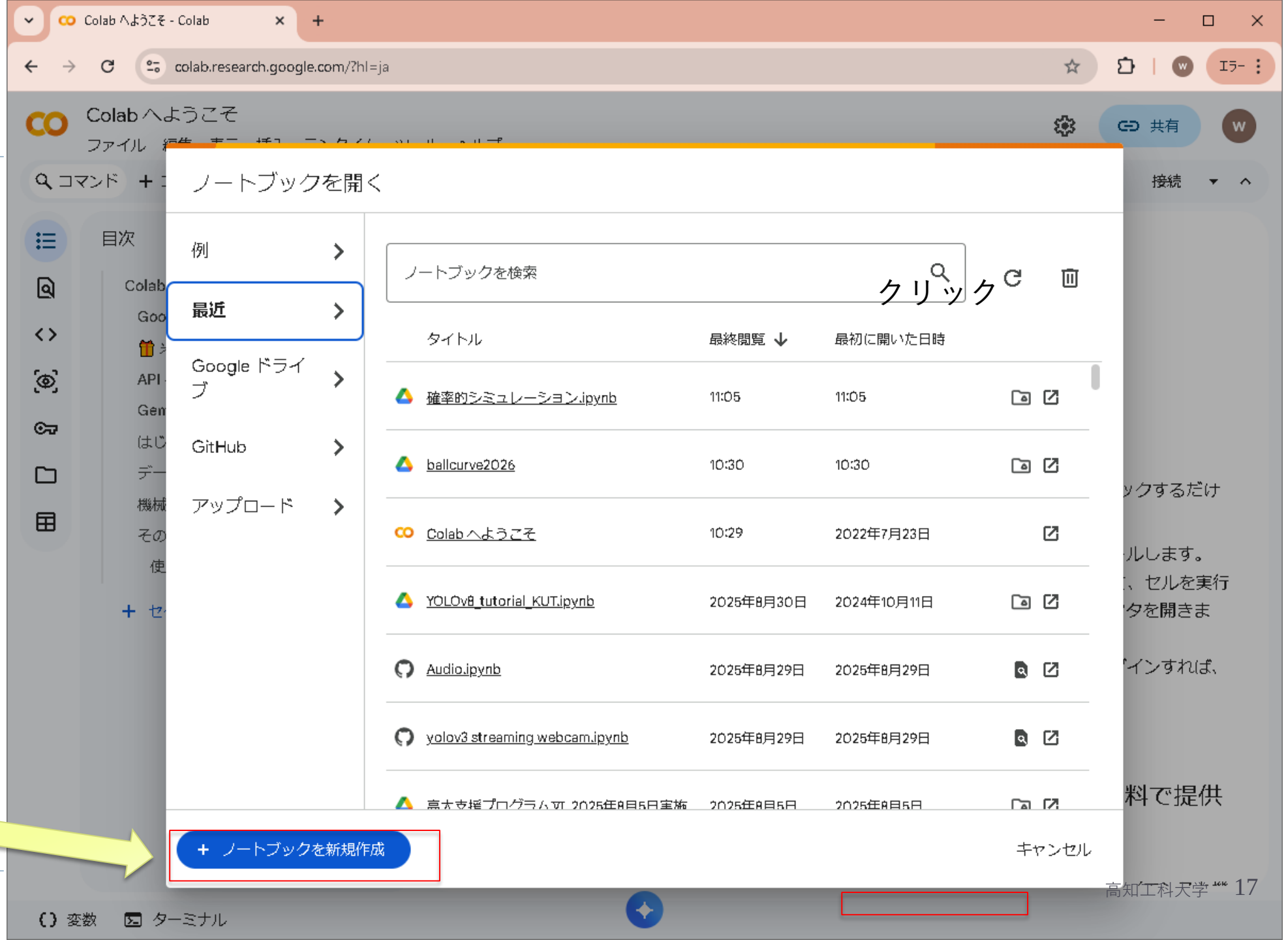


Googleへログイン

- 高校のChromebookで使う Google のアカウントでログイン

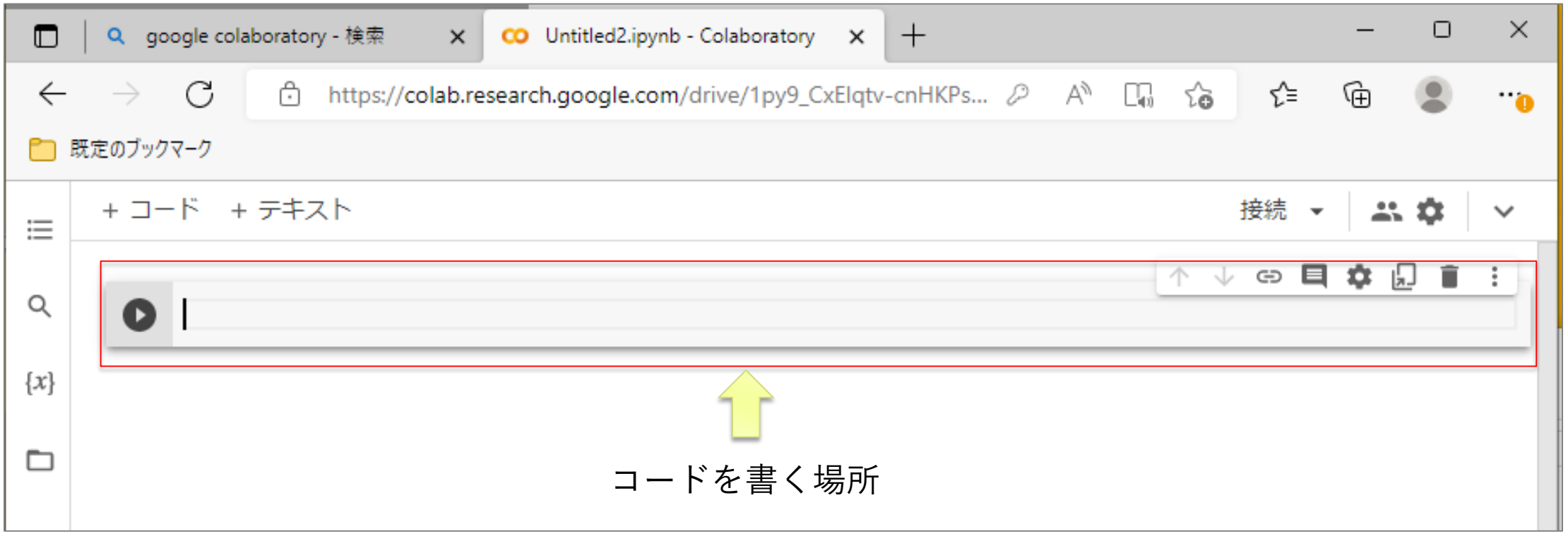
- 「ノートブック」を新規作成

クリック



Google Colaboratory ノートブック

- ノートブックは，文章(テキスト)，Pythonプログラム(コード)を自由に書き込み保存できる．
- コードを実行することもできる．



ブラウザでタブをもう一つ作成

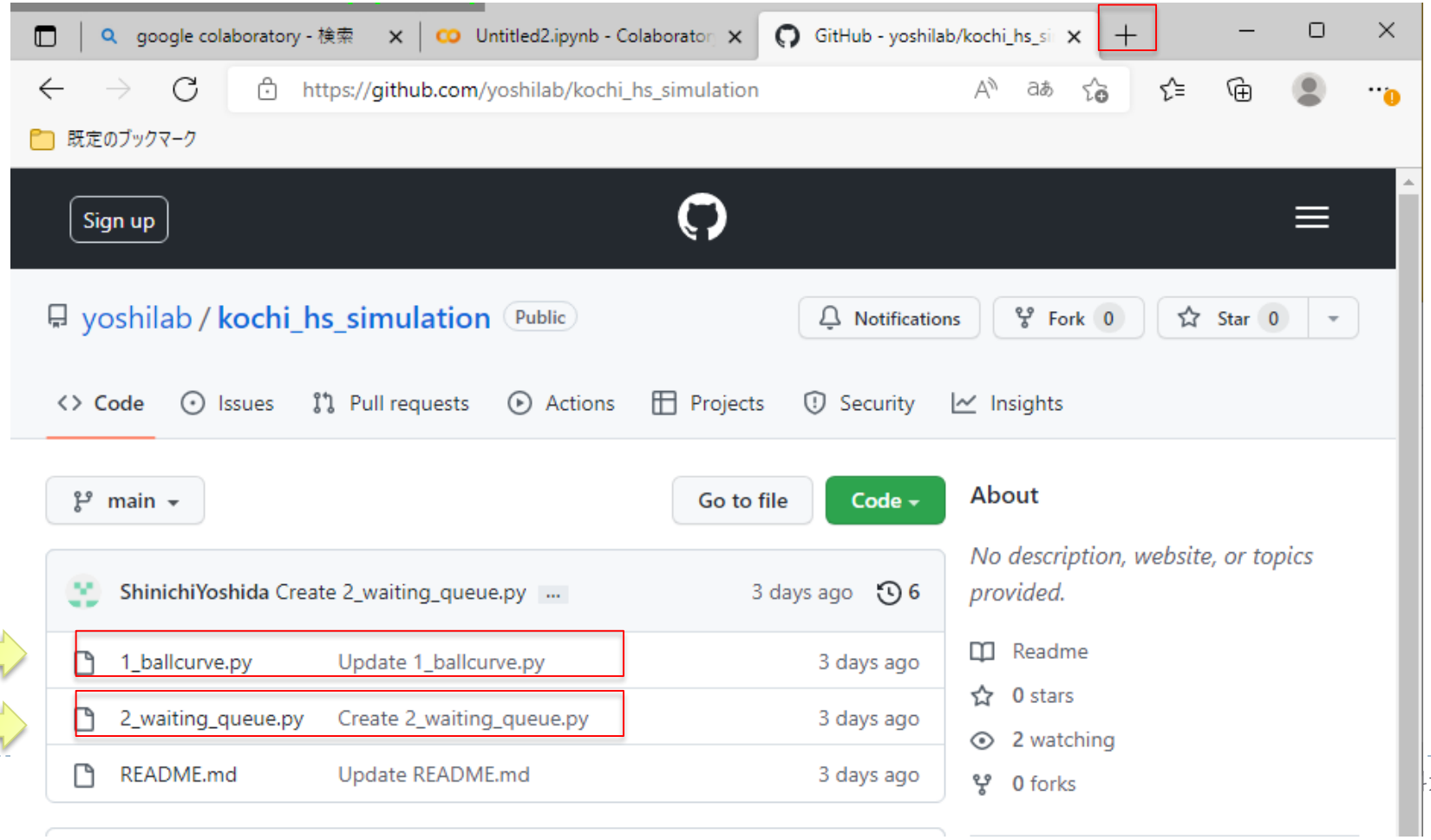
- ブラウザでタブをもう一つ作成し，下記URLへアクセス
- https://github.com/yoshilab/kochi_hs_simulation

タブの作成

github.com/yoshilab
の URL に行ってから，

kochi_hs_simulation Public

を探してクリック
しても良い



1時間目のプログラム

2時間目のプログラム

Github アクセスがエラーが出る場合

- 検索「高知工科大 吉田研」で，「知能情報学研究室」をクリック

プログラムをGoogle Colab で実行する

- Github から1時間目のプログラム「1_ballcurve.py」をクリック

Python プログラムの一部

45 lines (40 sloc) | 2.54 KB

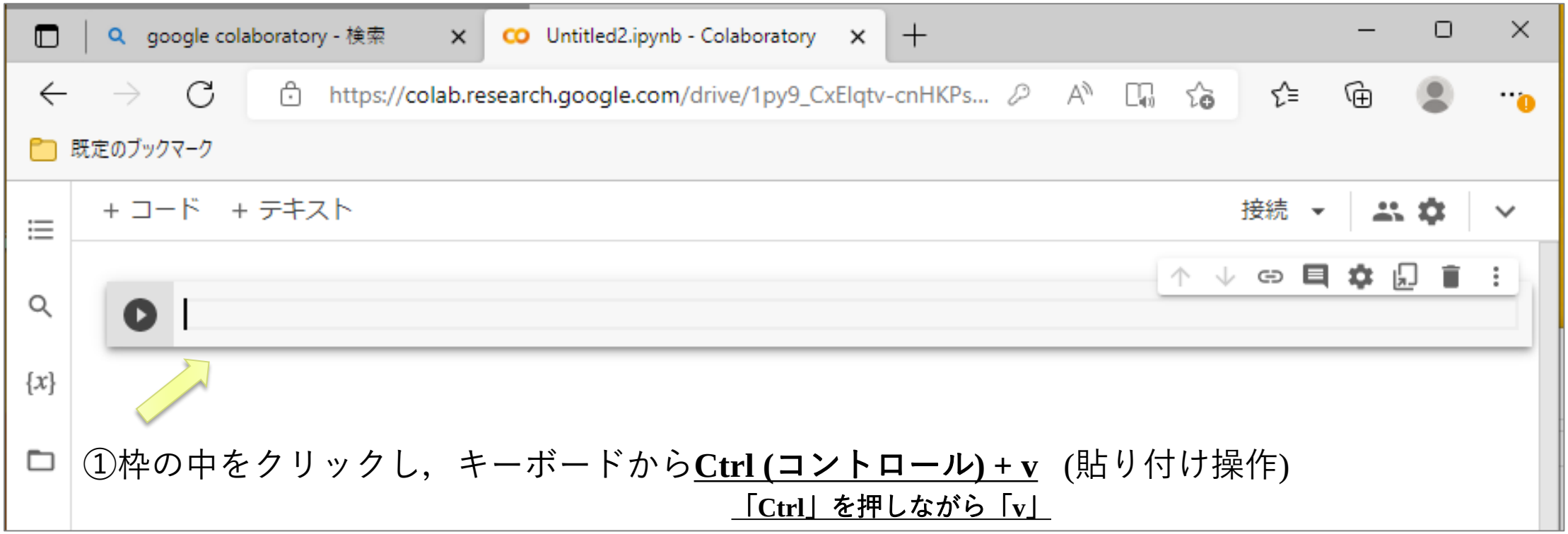
```python
import matplotlib.pyplot as plt
import math

# シミュレーション関数
#   speed:初速度km/h  degree:角度  color:色  g:重力加速度
def simulation(speed,degree,color,g):
    v0 = speed*1000/3600       # 初速度 m/s に変換
    rad = math.radians(degree) # 投げ上げ角度をラジアンに変換
    x = [0]                    # 開始時の x 座標
    y = [0]                    # 開始時の y 座標
    vx = [v0 * math.cos(rad)]  # 開始時の速度 x 方向成分 (v0 cos θ)
    vy = [v0 * math.sin(rad)]  # 開始時の速度 y 方向成分 (v0 sin θ)
    dt = 0.3                   # シミュレーションの時間間隔Δt
    i = 0                      # 位置・速度データを格納するリストの番号(添字)
    while y[i] >= 0:           # y座標が0以上の間（空中にいる間）繰り返す
      vx.append(vx[i])         # 次の時刻の速度(x成分)は vx はそのまま変わらず(等速)
      vy.append(vy[i] - g*dt)  # 次の時刻の速度(y成分)は vy 重力加速度分減少
      x.append(x[i] + vx[i]*dt) # 次の時刻の位置xは速度vxのdx分だけ移動
      y.append(y[i] + (vy[i] + vy[i+1])/2.0*dt)
                               # 次の時刻の位置yは速度vyのdx分だけ移動
                               # vyは重力で変化するので，現時刻と次時刻の速度の平均
```

プログラムのコピー

- プログラム全体をコピーする


```
1   import matplotlib.pyplot as plt
2   import math
3
4   # シミュレーション関数
5   #   speed:初速度km/h  degree:角度  color:色  g:重力加速度
6   def simulation(speed,degree,color,g):
7       v0 = speed*1000/3600        # 初速度 m/s に変換
8       rad = math.radians(degree) # 投げ上げ角度をラジアンに変換
9       x = [0]                     # 開始時の x 座標
10      y = [0]                     # 開始時の y 座標
11      vx = [v0 * math.cos(rad)]  # 開始時の速度 x 方向成分 (v0 cos θ)
```

Colab に貼り付け



①枠の中をクリックし，キーボードから**Ctrl (コントロール) + v**　(貼り付け操作)

「Ctrl」を押しながら「v」

プログラム準備完了

- プログラムが全部コピーされる

プログラムを実行

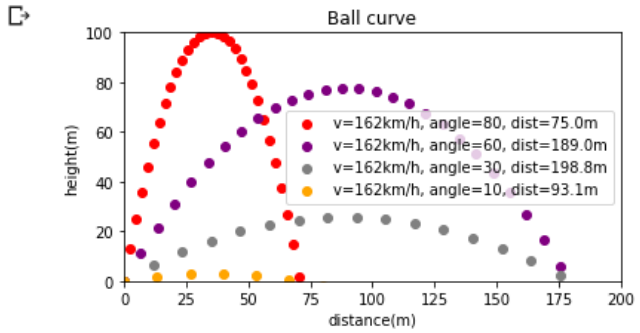
- 実行ボタンをクリック

ボタンクリック

実行に移る

プログラムの下にグラフが表示される

```
# グラフ描画
plt.gca().set_aspect("equal", adjustable="box") #アスペクト
plt.xlim(0,200)  # x軸は0～200m
plt.ylim(0,100)  # y軸は0～100m
plt.title("Ball curve")
plt.xlabel("distance(m)")
plt.ylabel("height(m)")
plt.legend()
plt.show()
```



- 同じ結果になりましたか
- 隣の人とはどうですか？

シミュレーション課題

- 初速度162キロのまま，角度をいろいろ変えたとき
  最も遠くに飛ぶ角度は何度か？

- 微小時間 dt =0.3秒ごとにシミュレーションを行っているが,
  これを0.1, 0.01 と変化させると距離は変わるか？
  - 正しい距離はどの値？（ヒント：計算誤差）

- 重力加速度 g を 1/6 の値にすると，162キロで投げたボールは最大どこまで飛ぶか？
  - （月の重力）

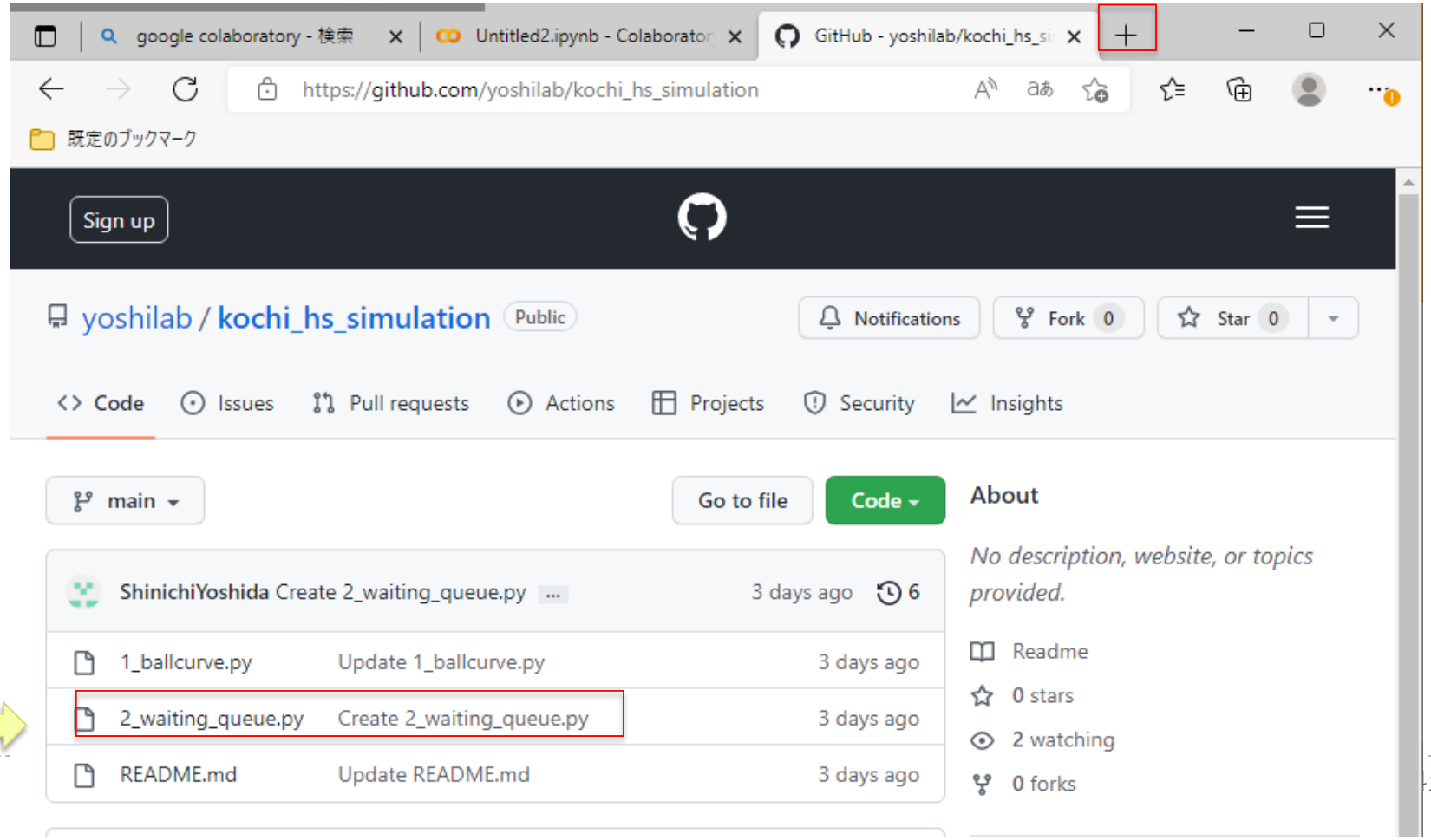
ここまでのまとめ

- 動的モデル（確定的）のシミュレーション
- 投げ上げたボールの動きを物理学での運動の方程式でモデル化
- コンピュータシミュレーション
  - 微小時間 dt 秒ごとに，速度や位置を順に計算　(逐次的)
  - 角度θ，初速度v_0，重力加速度 g をいろいろ変えて実行　(パラメータ)

シミュレーションをやってみる
確率的な動的モデル

2時間目のプログラムをコピー

- ブラウザでタブをもう一つ作成し，下記URLへアクセス
- https://github.com/yoshilab/kochi_hs_simulation



2_waiting_queue.py

2時間目のプログラム

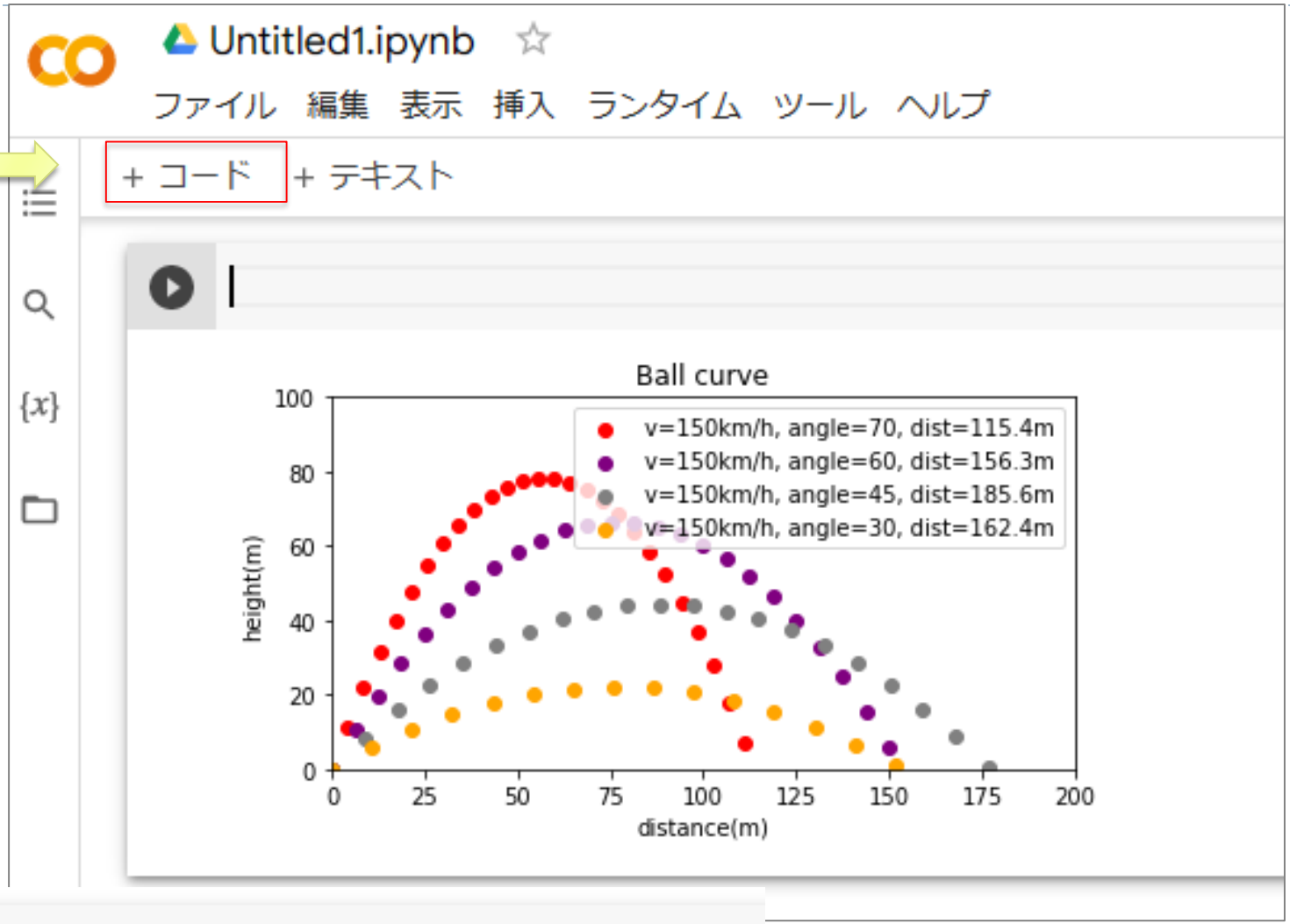
プログラムのコピー


```
1   # coding: utf-8
2
3   import math
4   import random
5   import matplotlib.pyplot as plt
6
7   time_c = 5.0      # 次の客(customer)が来るまでの平均時間(分)
8   time_s = 1.0      # 平均的なレジのサービス時間(service)(分)
9
10  t = 0
11  tc = 0
12  n = 0
13
14  t_all=[ ]   # 行列の人数が変化する時刻
15  n_all=[ ]   # 行列の人数
```

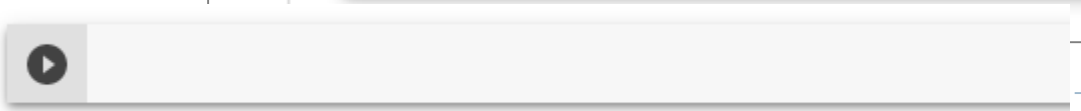
コードのセルを追加

- コードのセルを追加
  (+コード)

クリック



追加される



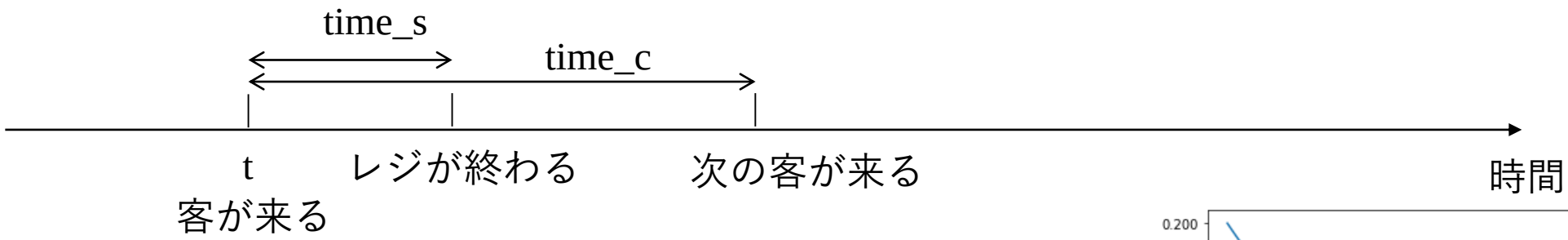
確率的モデルのプログラム

- Ctrl + v で
  貼り付け

```
import math
import random
import matplotlib.pyplot as plt

time_c = 5.0      # 次の客(customer)が来るまでの平均時間(分)
time_s = 1.0      # 平均的なレジのサービス時間(service)(分)

t = 0
tc = 0
n = 0

t_all=[ ]   # 行列の人数が変化する時刻
n_all=[ ]   # 行列の人数

while t < 240:   # 240分(4時間)のシミュレーション
    n_prev = n
    if n == 0:   # もしレジの客が0人なら
        x = -time_c * math.log(1-random.random())   # 次の客が来るまでの時間
        t = tc
```

確率的な動的モデルのプログラムの説明

- コンビニエンスストアのレジに並ぶ客の人数
- 待ち行列理論：確率的に人が来店するモデル
- レジに客(customer)が来る間隔： 平均して time_c 分
- レジでのサービス(service)の時間： 平均して time_s 分

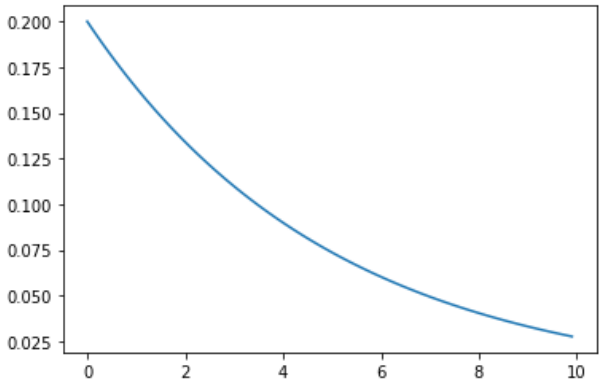


time_c ： 1分あたり (1/time_c) 人来る指数分布

来る確率 $p = \lambda e^{-\lambda x}$

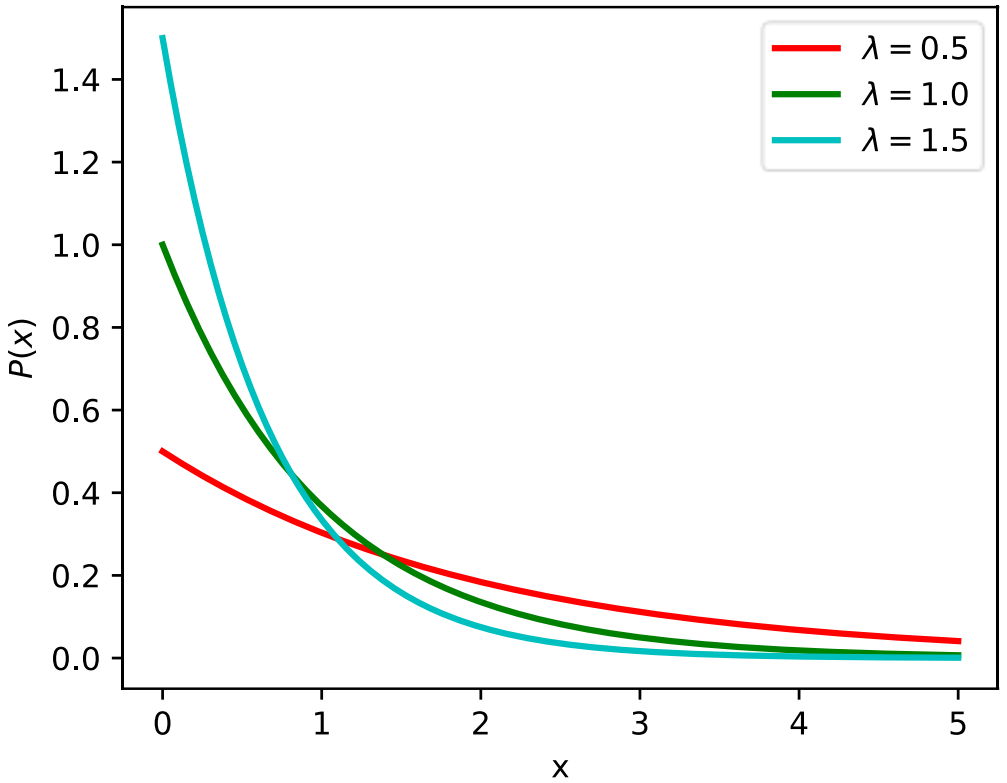
ただし $\lambda = \dfrac{1}{\text{time\_c}}$

来る確率



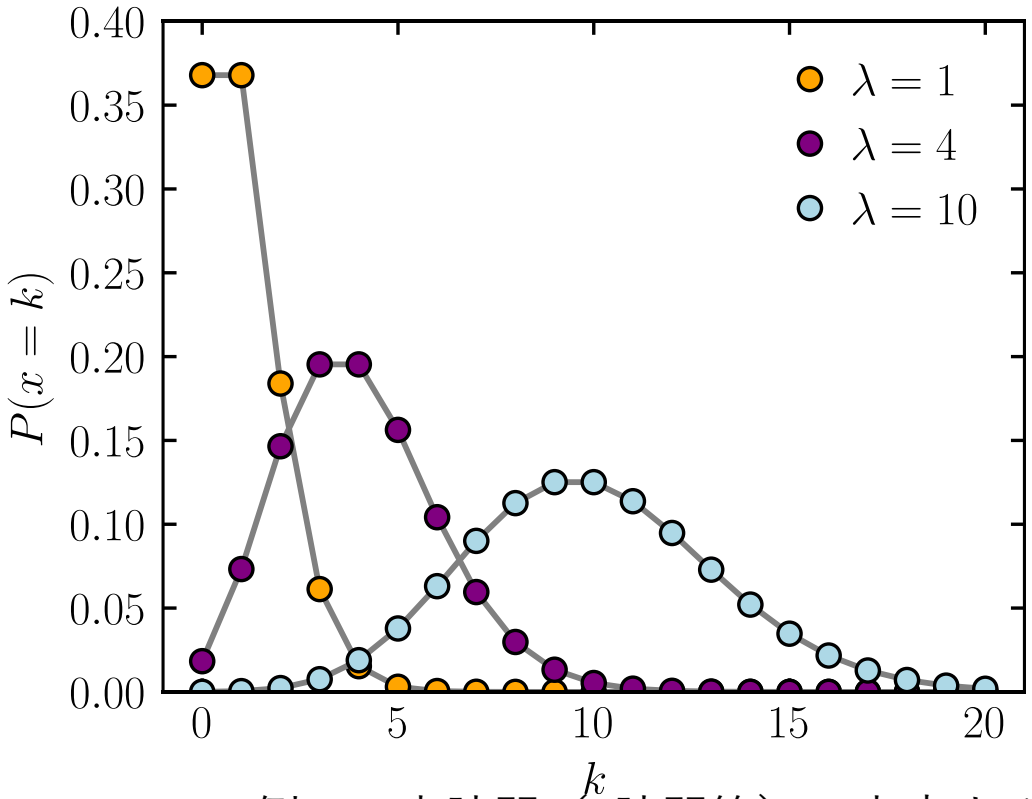
(番外編) 待ち行列の理論：指数分布とポアソン分布

指数分布： 平均到着間隔 1/λ
の確率分布



例：次のお客さん来るまでの時間

ポアソン分布： 単位時間中に
平均 λ 回の事象が発生する確率分布

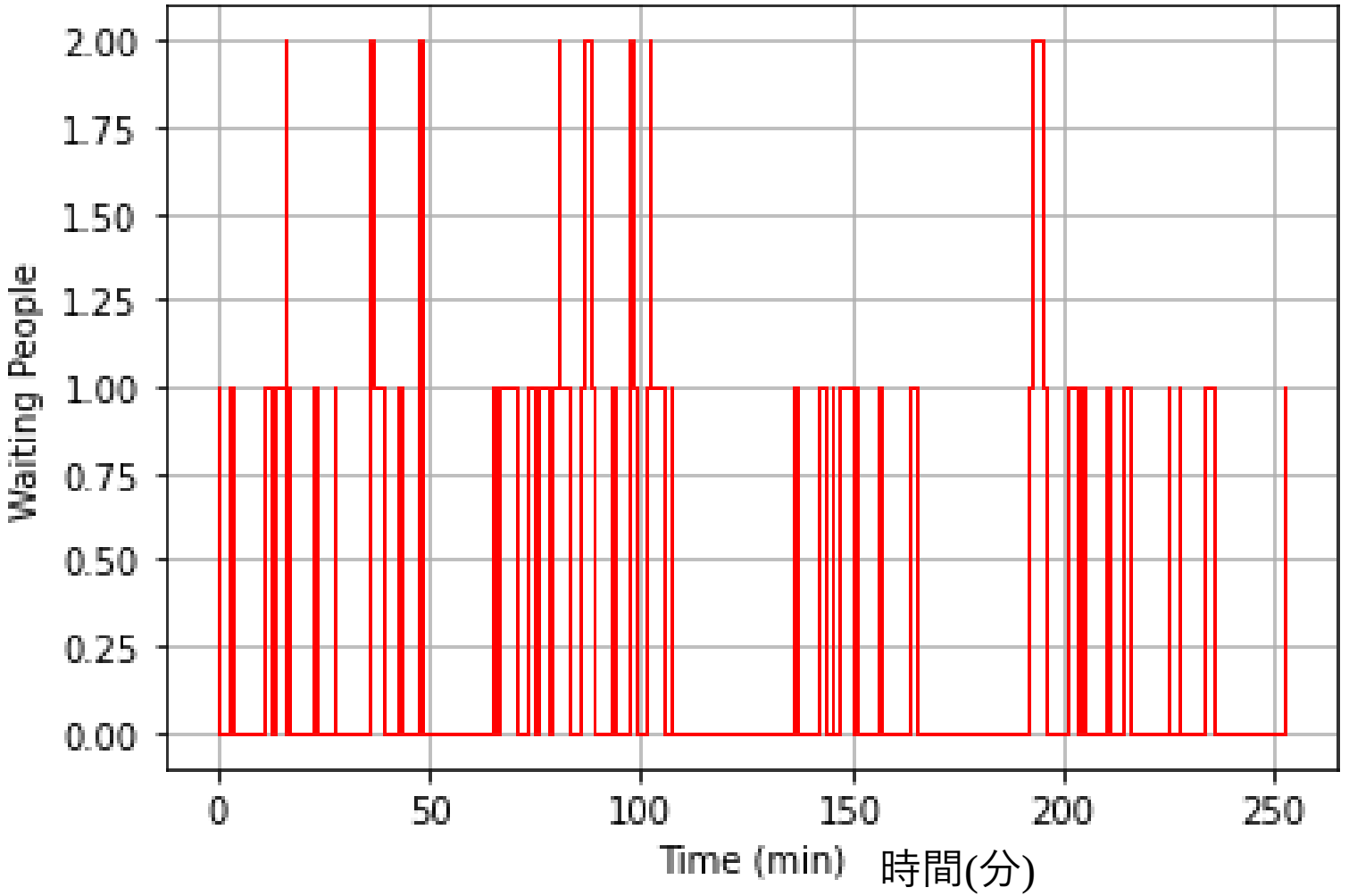


例：一定時間（1時間等）に来店する客数

待ち行列のシミュレーション結果

- 実行結果
  - 私と同じ結果になりましたか？
  - 隣の人とはどうですか？

レジで待っている人の数



確率的な動的モデルのシミュレーション

- 乱数が使われる
- 実行するたびに結果が異なる

- パラメータを変えてみる
- 客がレジに来る間隔 time_c を増やす，または減らす
- レジの処理時間 time_s を増やす，または減らす

ここまでのまとめ

- 動的モデル（確率的）のシミュレーション
- コンビニのレジに並ぶ客の数
- 待ち行列理論

- コンピュータシミュレーション
  - 乱数を使う
  - 毎回異なる結果が得られる

シミュレーション課題

- time_c = 5, time_s =1 で最大どの程度まで並ぶか
  - time_c = 2 となるとどうか

- time_s ≧ time_c の場合，待ち行列はどうなるか

シミュレーションのまとめ

- モデル化
  - 現実世界の対象を模倣する
    - 静的モデル，動的モデル，確定的，確率的
- シミュレーション
  - 現実世界のことを，模擬的に実行する
  - コンピュータシミュレーション
- 動的なモデルのシミュレーション
  - 確定的：　物理学などの方程式に基づくモデル
  - 確率的：　確率に基づいて乱数を使ってシミュレーションする
- 現実を模擬するが，全く同じになるか
  - 計算の精密さ，計算誤差は必ず発生する

この資料

- この資料のPDFファイルは，

  にあります．

ふりかえり

- モデルとシミュレーションとは
  - 様々なモデルやシミュレーションの例
- 動的モデルのシミュレーションの2種類
  - どのような違いがあるか
  - どのような応用が考えらえるか

- 発展
  - 「シミュレーション」は現代の科学研究において重要な要素
  - 物理・化学・生物・・・
    - 理論科学，実験科学に続く，第3の科学と呼ぶ人もいる
      - （最近は，データサイエンスを第4の科学と呼ぶ例もある）